

Protokoll zu

Versuch A-145 Optische Frequenzverdopplung

Fortgeschrittenen-Praktikum Teil I
Wintersemester 2002/2003

Von
Jan Stillings, Kathrin Valerius

Semesterzahl: 7
Hauptfach: Physik
Gruppe α 2

Assistent: Wolfgang Alt
Datum: 05.08.02

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	3
1.1	Doppelbrechung	3
1.2	Wechselwirkung zwischen Licht und Materie - lineare und nichtlineare Optik	4
1.2.1	Erzeugung von Harmonischen durch Nichtlinearitäten	4
1.2.2	Frequenzverdopplung	5
1.3	Kohärenz	7
1.3.1	zeitliche Kohärenz	7
1.3.2	Teilkohärenz	8
1.3.3	räumliche Kohärenz	9
1.4	Das Beugungsgitter	10
1.4.1	Die Gittergleichung	10
1.4.2	Auflösungsvermögen des Gitters	11
1.5	Das Michelson-Interferometer	12
1.6	Aufbau und Funktionsweise eines Diodenlasers	14
1.6.1	Aufbau eines Lasers	14
1.6.2	Diodenlaser	15
1.6.3	Gauß-Strahlen	16
1.6.4	Laserausbreitung in optischen Systemen	17
2	Versuchsaufbau	20
3	Versuchsdurchführung und Auswertung der Messdaten	22
3.1	Eichung des Abschwächeraufsatzes	22
3.2	Messung der Ausgangsleistung des Diodenlasers als Funktion des Injektionsstromes	23
3.3	Fokussieren des Laserstrahls in den Kristall und Optimierung der Oberwellenleistung	25
3.4	Messung der Oberwellenleistung in Abhängigkeit der Kristalltemperatur	26
3.5	Messung der Oberwellenleistung in Abhängigkeit der Grundwellenleistung	27
3.6	Vergleich der Wellenlängen von Grund- und Oberwelle am Beugungsgitter	32
3.7	Interferometrischer Vergleich der Wellenlängen von Grund- und Oberwelle	33
3.7.1	Theoretische Vorüberlegungen	33
3.7.2	Messung und Auswertung	35
3.7.3	Diskussion der Ergebnisse und Fehlerbetrachtung	36
4	Literaturangaben	38
5	Anhang	39

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Doppelbrechung

Der Effekt der Doppelbrechung tritt beim Durchgang von Licht durch anisotrope Kristalle auf. Die Ursache hierfür liegt in der unterschiedlichen Stärke der Bindungskräfte in verschiedenen Richtungen. Bei einem uniaxialen Kristall wird die Symmetrieachse auch als optische Achse (O.A.) bezeichnet (siehe Abbildung). Ein parallel zur optischen Achse polarisierter Lichtstrahl sieht einen anderen Brechungsindex als ein senkrecht polarisierter Strahl. Verwendet man ein Koordinatensystem, welches als eine der Achsen die optische Achse beinhaltet, so hat der Dielektrizitätstensor Diagonalgestalt (Hauptachsenform), und es gilt:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} n_o^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_e^2 \end{pmatrix} \mathbf{E},$$

wobei n_o den ordentlichen und n_e den außerordentlichen Brechungsindex bezeichnet. Analog nennt man denjenigen Lichtstrahl, der dem *Snelliusschen Brechungsgesetz* genügt, den ordentlichen und den anderen den außerordentlichen Strahl.

Das Ausweichen (*walk off*) des außerordentlichen Strahls kann man mit Hilfe des *Huygensschen Prinzips* verstehen, wonach die Ausbreitungsrichtung immer die Normale zur Einhüllenden der Wellenfront der Elementarwellen ist. Für den senkrecht zur optischen Achse polarisierten Anteil der Welle hängt der Brechungsindex n_o - und damit auch die Phasengeschwindigkeit - nicht von der Richtung ab. Daher bilden die Phasenfronten der Elementarwellen Kreise in der Einfallsebene. Für den parallel zur Einfallsebene polarisierten Anteil kann der \mathbf{E} -Vektor aufgespalten werden in eine Komponente parallel und eine senkrecht zur optischen Achse. Diese beiden Komponenten weisen unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten auf, weshalb die Wellenfronten für die außerordentliche Welle Ellipsen darstellen.

Für den walk-off-Winkel gilt (mit den Bezeichnungen aus der Abbildung)

$$\tan \rho = \frac{n^2(\theta)}{2} \left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_o^2} \right).$$

Nur wenn die Ausbreitungsrichtung mit der Richtung der optischen Achse zusammenfällt, findet keine Doppelbrechung statt.

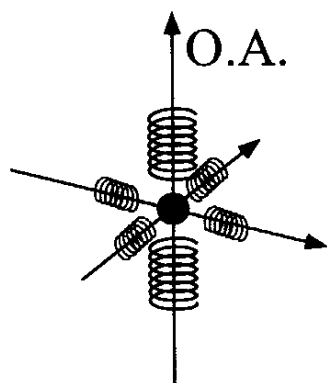


Abbildung 1: Rückstellfedermodell

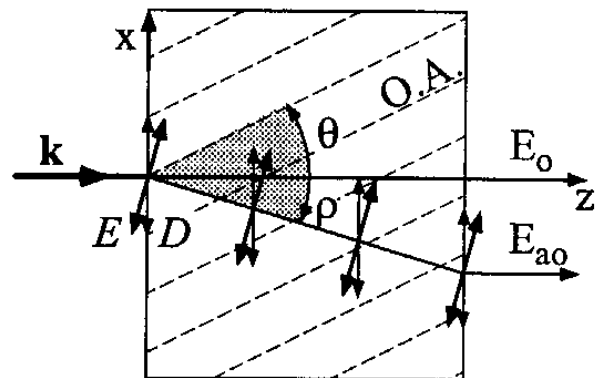


Abbildung 2: Ablenkung des außerordentlichen Strahls

1.2 Wechselwirkung zwischen Licht und Materie - lineare und nichtlineare Optik

Die lineare Optik beruht auf der Annahme, dass sich die Ausbreitung einer Lichtwelle in einem optischen Medium durch eine *lineare* Wellendifferentialgleichung beschreiben lässt. So lautet zum Beispiel die Helmholtz-Gleichung für das E-Feld:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E.$$

Mehrere Wellen erfüllen das Superpositionsprinzip, d.h. sie überlagern sich ungestört und ohne sich gegenseitig zu beeinflussen. Harmonische Wellen breiten sich verzerrungsfrei aus - unabhängig von Medium und Intensität. Das Verhalten von harmonischen Lichtwellen in nichtabsorbierenden Medien ist bestimmt durch Wellenlänge und Geschwindigkeit.

Ebenso geht die lineare Optik davon aus, dass optische Eigenschaften eines Materials wie z.B. Brechungsindex und Absorptionskoeffizient, nicht von der Intensität des eingestrahlteten Lichtes abhängen.

Es hat sich jedoch (insbesondere seit der Entwicklung des LASERs) gezeigt, dass die lineare Optik nicht in der Lage ist, alle beobachteten Phänomene zu erklären. Bestrahlung mit sehr intensivem kohärentem Licht - zum Beispiel Laserlicht - bringt nichtlineare Eigenschaften der Materie hervor. Wenn zwei oder mehr Lichtwellen interferieren, ist hier das Superpositionsprinzip verletzt, und die Lichtwellen treten mittels des Ausbreitungsmediums miteinander in Wechselwirkung. Aus diesen Gründen muss die Theorie der linearen Optik dahingehend erweitert werden, dass sie auch die nichtlinearen Effekte beschreibt.

1.2.1 Erzeugung von Harmonischen durch Nichtlinearitäten

Es kommt zu sogenannten *Nichtlinearitäten*, wenn die atomaren elektrischen Dipole nicht mehr linear auf die hohen elektrischen Wechselfelder der Lichtwelle antworten können. Im Medium ruft die hochfrequente Welle zu Ladungsverschiebungen hervor und führt damit zur Bildung von elektrischen Dipolen und einer elektrischen Polarisation des Mediums. Da die relativ schweren Atomkerne und die fest gebundenen inneren Elektronen kaum verschoben werden, beruht dieser Effekt fast ausschließlich auf den Elektronen der äußeren Atomhülle.

Während die Polarisation bei kleinen Schwingungen der Elektronen proportional zum E-Feld der Welle ist, besteht diese strenge Proportionalität bei hohen Lichtintensitäten nicht mehr - ganz wie bei einer Feder, deren Anharmonizität mit steigender Auslenkung wächst.

Man beachte, dass Nichtlinearität auch bei recht kleinen Intensitäten als Folge von Resonanzüberhöhung auftreten kann, wenn die optische Anregungsfrequenz nahe an der Resonanzfrequenz der Oszillatoren liegt.

Die Polarisation P stellt das elektrische Dipolmoment pro Volumen dar. Im Falle eines linearen Mediums gilt:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}.$$

χ ist die (feldstärkeunabhängige) elektrische Suszeptibilität und ε_0 die elektrische Feldkonstante im Vakuum.

Möchte man einen nichtlinearen Zusammenhang beschreiben, geschieht dies durch Einführen einer *feldstärkeabhängigen* Suszeptibilität $\chi(E)$. Für kleine Störungen lässt sie sich in eine Potenzreihe entwickeln:

$$\chi(E) = \chi_1 + \chi_2 E + \chi_3 E^2 + \dots$$

Durch Einsetzen in den Ausdruck für die Polarisation bekommt man dann

$$P = \varepsilon_0 (\chi_1 E + \chi_2 E^2 + \chi_3 E^3 + \dots) =: P_1 + P_2 + P_3 + \dots$$

Hierbei stellt P_1 den linearen Anteil und die folgenden Terme kleine nichtlineare Beiträge dar. Nur bei starkem E-Feld beeinflussen sie die Polarisation merklich. Dies ist z.B. der Fall, wenn kohärentes Laserlicht auf Volumina der Größenordnung einer Wellenlänge fokussiert wird, was in Feldstärken von 10^{10} V/m (vergleichbar mit dem Feld des Atomkerns) resultiert.

1.2.2 Frequenzverdopplung

In diesem Versuch soll die Erzeugung der zweiten Harmonischen (*Second Harmonic Generation*, SHG) durch nichtlineare Eigenschaften eines Kaliumniobatkristalls ($KNbO_3$) untersucht werden. Dieses Phänomen, welches auch als Frequenzverdopplung bezeichnet wird, lässt sich durch Betrachtung der Korrektur zweiter Ordnung zur Polarisation (quadratische Nichtlinearität) erklären. Es ist

$$P_2 = \varepsilon_0 \chi_2 E^2.$$

Aufgrund der quadratischen Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke kann der Effekt nicht in beliebigen Materialien auftreten, sondern benötigt anisotrope Medien. In isotropen Medien oder Kristallen mit Punktsymmetrie verschwindet der Term 2. Ordnung, denn die Elementarzelle solcher Kristalle besitzt ein *Inversionszentrum*, welches die Anordnung der Atome invariant lässt unter einer Punktspiegelung $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$. Kehrt sich also die Richtung des erregenden Feldes um, so kann sich nur das Vorzeichen, aber nicht der Betrag der Polarisation ändern. Das bedeutet, dass gleichzeitig $P_2 = \varepsilon_0 \chi_2 (+E)^2$ und $-P_2 = \varepsilon_0 \chi_2 (-E)^2$ gelten müsste, also $P_2 = -P_2 \Rightarrow P_2 = 0$.

Wählt man nun für das einwirkende E-Feld die Darstellung

$$E = \hat{E} \cos \omega t = \frac{1}{2} \hat{E} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}),$$

so erhält man für den quadratischen Term der Polarisation:

$$P_2 = \varepsilon_0 \chi_2 \hat{E}^2 \cos^2 \omega t,$$

was sich wegen $\cos^2(x) = \frac{1}{2}(1 + \cos(2x))$ umformen lässt zu

$$P_2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi_2 \hat{E}^2 (1 + \cos 2\omega t) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi_2 \hat{E}^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi_2 \hat{E}^2 \cos 2\omega t.$$

Hierbei treten nun zwei verschiedene Terme auf: der erste ist nicht zeitabhängig (DC-Term), er beschreibt die sogenannte *optische Gleichrichtung*. Der zweite Term moduliert mit der doppelten Frequenz des anregenden Feldes. Die von der einfallenden Welle angeregten Dipole erzeugen also aufgrund der linearen Polarisation P_1 eine Welle mit der *Grundfrequenz* ω (Anregungsfrequenz), sowie eine (im allgemeinen wesentlich schwächere) *Oberwelle* der Frequenz 2ω (doppelte Anregungsfrequenz), die von der quadratischen Polarisation P_2 hervorgerufen wird.

Warum Phasenanpassung?

Damit die zweite Harmonische überhaupt beobachtet werden kann, müssen bestimmte Bedingungen erfüllt sein. Die Primärwelle soll sich in einem nichtlinearen Medium der Länge l ausbreiten. Am Ende dieser Strecke überlagern sich alle Wellenfronten der entlang des Weges entstandenen Teilwellen der Frequenz 2ω . Damit gleichphasige Überlagerung (konstruktive Interferenz) stattfinden kann, muss sich die Oberwelle mit der gleichen Geschwindigkeit ausbreiten wie die Grundwelle: es soll $c_\omega = c_{2\omega}$ gelten. Dies ist aber in dispersiven Medien aufgrund der Wellenlängenabhängigkeit des Brechungsindex nicht der Fall! Daher kommt es zu Phasendifferenzen der 2ω -Teilwellen, die sogar zur völligen Auslöschung führen können. In diesem Fall verlässt die erzeugte Oberwelle den frequenzverdoppelnden Kristall

nicht. Setzen wir aber eine Länge l_K so an, dass die bei $l = 0$ und bei $l = l_K$ erzeugten Teilwellen gerade den Gangunterschied $\Delta = \frac{\lambda_{2\omega}}{2} = \frac{\lambda_\omega}{4}$ haben, so beobachtet man maximale Intensität der Oberwelle. Der Gangunterschied entspricht gerade der Differenz der optischen Wege beider Teilwellen im Medium, also $\Delta = (n_{2\omega} - n_\omega) \cdot l_K =: \Delta n \cdot l_K$. Dies liefert die Bedingung

$$\Delta = \frac{\lambda_\omega}{4} = (n_{2\omega} - n_\omega) l_K,$$

womit man die *Kohärenzlänge* l_K definieren kann durch

$$l_K = \frac{\lambda_\omega}{4 \Delta n}.$$

Wird die Kristalllänge etwas größer als l_K , so nimmt die Intensität der Oberwelle wieder ab; sie verändert sich periodisch mit der Kristalllänge. Es gilt also für die Feldstärke der Oberwelle:

$$\hat{E}_{2\omega} \propto P_2 \propto \chi_2 \hat{E}_\omega^2 l_K \sin\left(\frac{\pi l}{2 l_K}\right).$$

Die Intensität der Oberwelle ist proportional zum Quadrat der Feldstärke, $\hat{E}_{2\omega}^2$:

$$I_{2\omega} \propto \chi_2^2 I_\omega^2 l_K^2 \sin^2\left(\frac{\pi l}{2 l_K}\right) \propto \chi_2^2 I_\omega^2 l^2 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi l}{2 l_K}\right).$$

Im günstigsten Fall vollständiger Phasenanpassung ist $\Delta n = 0$, also $l_K \rightarrow \infty$, und somit $\operatorname{sinc}(0) = 1$. Lässt man die Intensitätsabnahme der Grundwelle einmal außer Acht, so würde $I_{2\omega}$ proportional zu l^2 über alle Grenzen wachsen. Unter Berücksichtigung der Verluste in der Grundwelle ergibt sich bei wachsender Kristalllänge statt dessen ein Verlauf proportional zu \tanh^2 . Wir halten also fest: Der Verlauf der Intensität der zweiten Harmonischen wird hinsichtlich seines Maximalwertes sowie seiner Periodizität von der Kristallkohärenzlänge l_K bestimmt. Bei einer Wellenlänge von $\lambda_\omega = 800$ nm beträgt diese jedoch nur ca. $9,2 \mu\text{m}$, also etwa 10 Wellenlängen. Daher wird Phasenanpassung angestrebt, denn nur auf diese Weise wird die schwache Oberwelle auch bei größeren Kristalllängen hinreichend verstärkt.

Wie kann man Phasenanpassung erreichen?

Phasenanpassung bedeutet, dass $\Delta n = 0$ gelten muss. (Eine gleichbedeutende Formulierung ist $\Delta k = k_{2\omega} - 2 k_\omega = 0$.) Um diese Bedingung zu realisieren, kann man sich das oben beschriebene Phänomen der Doppelbrechung in anisotropen Kristallen zunutze machen. Es gibt unterschiedliche Methoden, die auf der Richtungsabhängigkeit des Brechungsindex für den außerordentlichen Strahl beruhen:

- Kritische oder Winkel-Phasenanpassung

Die Geschwindigkeitsflächen von ordentlichem und außerordentlichem Strahl bilden im uniaxial anisotropen Kristall Kreise bzw. Ellipsen. Die Schnittpunkte dieser Kurven bezeichnen Richtungen (relativ zur optischen Achse mit dem Winkel θ_m für *matching* angegeben), in denen $c_\omega = c_{2\omega}$ gilt. Hierzu muss der Kristall präzise zur Ausbreitungsrichtung des Strahls ausgerichtet werden. Man unterscheidet zwei Typen von Winkelanpassung:

1. skalare oder kollineare Phasenanpassung. Hierbei wird die Polarisierung der Grundwelle komplementär zu der der Oberwelle gewählt. Da wir es in Kristallen gewöhnlich mit normaler Dispersion zu tun haben (d.h. höherfrequentes Licht wird stärker gebrochen), muss man für die Oberwelle immer den kleineren Brechungsindex wählen. Bei negativ uniaxialen Kristallen ($n_e < n_o$) ist daher die Belegung Oberwelle \rightarrow außerordentlicher Strahl, Grundwelle

→ ordentlicher Strahl zu wählen, im positiv uniaxialen Kristall ($n_e > n_o$) entsprechend umgekehrt. Für den optimalen Phasenanpassungswinkel gilt die Beziehung

$$\sin^2 \theta_m = \frac{(n_{o,\omega})^{-2} - (n_{o,2\omega})^{-2}}{(n_{e,2\omega})^{-2} - (n_{o,2\omega})^{-2}}$$

für negativ uniaxiale Kristalle. Im Fall eines positiv uniaxialen Kristalls ergibt sich statt dessen

$$\sin^2 \theta_m = \frac{(n_{o,\omega})^{-2} - (n_{o,2\omega})^{-2}}{(n_{o,\omega})^{-2} - (n_{e,\omega})^{-2}}$$

- vektorielle Phasenanpassung. Die Polarisation der Grundwelle wird auf ordentlichen und außerordentlichen Strahl verteilt (unter einem Winkel von 45° zu den Kristallachsen eingestrahlt). Die Oberwelle entsteht als ordentlicher oder außerordentlicher Strahl.

Bei dieser Art von Phasenanpassung hat man jedoch das Problem, dass bei einem Winkel von $\theta_m \neq 0^\circ$ oder 90° der Strahl der Oberwelle von der Richtung des Grundwellenstrahles wegwandert und so die Überlagerungsstrecke erheblich verkürzt wird; als Folge davon nimmt dann die Intensität der zweiten Harmonischen nicht mehr quadratisch, sondern nur noch linear mit der Kristalllänge l zu. (Daher rührt die Bezeichnung *kritische* Phasenanpassung.)

- Unkritische oder Temperatur-Phasenanpassung

Das walk-off-Problem kann umgangen werden, wenn die Phasenanpassung unter einem Winkel von $\theta_m = 90^\circ$ stattfindet. Bei bestimmten Kristallen ist dies möglich, da sich einer der beiden Brechungsindizes über einen größeren Bereich durch die Kristalltemperatur beeinflussen lässt. Das in unserem Versuch verwendete Material KNbO_3 eignet sich besonders gut, da es starke nichtlineare Eigenschaften besitzt und 90° -Anpassung im Bereich des nahen Infrarot ermöglicht.

1.3 Kohärenz

Kohärenz ist ein Maß für die Phasenkorrelation von Wellen. Damit Wellen überhaupt interferieren können, müssen sie kohärent sein, also eine feste Phasenbeziehung aufweisen. Überlagern sich zwei Wellen, die nicht kohärent sind, so addieren sich einfach nur die Intensitäten der Wellen:

$$I_{inko}(\vec{r}, t) = \frac{\epsilon_0 c}{2} (|E_1(\vec{r}, t)|^2 + |E_2(\vec{r}, t)|^2) = I_1(\vec{r}, t) + I_2(\vec{r}, t)$$

Bringt man hingegen zwei kohärente Wellen zur Überlagerung, so entsteht Interferenz und es addieren sich die Amplituden der beiden Wellen:

$$I_{koh}(\vec{r}, t) = \frac{\epsilon_0 c}{2} |E_1(\vec{r}, t) + E_2(\vec{r}, t)|^2 = I_1(\vec{r}, t) + I_2(\vec{r}, t) + c\epsilon_0 \Re(E_1(\vec{r}, t)E_1^*(\vec{r}, t))$$

Bei der Kohärenz wird unterschieden zwischen zeitlicher und räumlicher Kohärenz. Die zeitliche Kohärenz ist ein Maß für die durchschnittliche Länge der Wellenzüge. Man betrachtet hierbei ob Wellen in Richtung der Wellenausbreitung kohärent sind. Daher heißt die zeitliche Kohärenz auch longitudinale Kohärenz. Bei räumlicher oder lateraler Kohärenz betrachtet man hingegen die Phasenkorrelation zwischen zwei räumlich getrennten Punkten im Wellenfeld.

1.3.1 zeitliche Kohärenz

„Monochromatisches“ Laserlicht kann als Folge endlicher harmonischer Wellenzüge betrachtet werden, die durch eine diskontinuierliche Phasenänderung voneinander getrennt sind. Die Phasenänderungen treten auf, da die angeregten Atome zu zufälligen Zeiten Photonen emittieren. Die Wellenzüge haben

jeweils unterschiedliche Längen und Lebensdauern. Kennzeichnend für eine Lichtquelle ist daher die mittlere Lebensdauer der Wellenzüge, Kohärenzzeit τ_0 genannt. Je größer diese Kohärenzzeit ist, desto monochromatischer ist die Lichtquelle.

Die Länge eines kohärenten Pulses ist die Kohärenzlänge. Wegen

$$l_t = c \cdot \tau_0, \quad \nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \Delta\nu = -\frac{c}{\lambda^2} \Delta\lambda, \quad \text{Unschärferelation: } \Delta\nu \cdot \tau_0 \approx 1$$

ergibt sich die Kohärenzlänge zu:

$$l_t \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}.$$

Damit erhält man auch die spektrale Linienbreite:

$$\Delta\lambda \approx \frac{\lambda^2}{l_t}$$

Somit lässt sich durch Messung der spektralen Linienbreite die mittlere Kohärenzzeit und die Kohärenzlänge abschätzen.

1.3.2 Teilkohärenz

Im realen physikalischen System kann die Kohärenzbedingung immer nur näherungsweise erfüllt werden. Es liegt also keine ideale Kohärenz sondern nur eine Teilkohärenz vor. Zur Beschreibung des Grades an Kohärenz definieren wir die Korrelationsfunktion:

$$\vec{\Gamma}_{12} = \overline{\vec{E}_1(t + \tau) + \vec{E}_2^*(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \vec{E}_1(t + \tau) \vec{E}_2^*(t) dt$$

Durch Normierung auf die Effektivwerte der Felder wird hieraus die normierte Korrelationsfunktion:

$$\vec{\gamma}_{12}(\tau) = \frac{\vec{\Gamma}_{12}(\tau)}{\Gamma_{11}(0)\Gamma_{22}(0)} = \epsilon_0 c \frac{\vec{\Gamma}_{12}(\tau)}{2\sqrt{I_1 I_2}}$$

Mit Hilfe der normierten Korrelationsfunktion lässt sich die o.g. Intensität bei Interferenz am Punkte p umschreiben als:

$$I_p = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \Re(\vec{\gamma}_{12}(\tau))$$

Hohe Kohärenz liegt dann vor, wenn der Laufzeitunterschied τ klein gegenüber der mittleren Kohärenzzeit τ_0 ist. Sind beide Wellen identisch ($\tau = 0, \vec{E}_1 = \vec{E}_2$), so ist $\gamma = 1$ und es tritt immer konstruktive Interferenz auf.

Betrachtet man den Kohärenzgrad γ_{12} in Abhängigkeit von der mittleren Kohärenzzeit so erhält man einen komplexen und den dazugehörigen reellen Kohärenzgrad:

komplexer Kohärenzgrad:

$$\vec{\gamma}_{12} = \left(1 - \frac{\tau}{\tau_0}\right) e^{-i\omega\tau}$$

reeller Kohärenzgrad:

$$\Re(\vec{\gamma}_{12}(\tau)) = \left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_0}\right) \cos(\omega\tau)$$

wobei $0 \leq |\tau| \leq \tau_0$

Der Kohärenzgrad erreicht den Maximalwert 1 bei $\tau = 0$. Für Laufzeiten $|\tau| > \tau_0$ verschwindet der Kohärenzgrad, es liegt also keine Kohärenz mehr vor. Da der Kohärenzgrad das Maß der Kohärenz angibt, kann man an seinem Betrag den Kontrast der Interferenzstreifen als Funktion von τ ablesen.

Für gleiche Intensitäten stimmt der Betrag des Kohärenzgrades mit der Visibilität überein, die wie folgt definiert ist:

$$V(\tau) = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \gamma_{12}(\tau),$$

wobei I_{max} und I_{min} die Intensitätsmaxima bzw. -minima eines Interferenzmusters bezeichnen. Mit Hilfe der Visibilität kann der Kohärenzgrad in einem interferometrischen Experiment bestimmt werden.

Für Intensität und Kontrast bei Interferenz ergeben sich folgende Spezialfälle:

1. **Inkohärenz:** $\tau > \tau_0$ und $\gamma_{12} = 0$ für $I_1 = I_2 = I_0$:
 $I_p = I_1 + I_2$ $I_p = 2I_0$
 $V = 0$, da $I_{max} = I_{min} = I_p$

2. **Kohärenz:** $\tau_0 \rightarrow \infty$ bzw. $\tau \ll \tau_0$ und $\gamma_{12} = 1$
 $I_p = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\omega\tau)$
 $I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$ $I_{max} = 4I_0$
 $I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$ $I_{min} = 0$
 $V = \frac{4I_0}{4I_0} = 1$

3. **Teilkohärenz:** $0 < \tau < \tau_0$, $0 < \gamma_{12} < 1$
 $I_p = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \Re(\tilde{\gamma}_{12})$ $I_p = 2I_0(1 + \Re(\tilde{\gamma}_{12}))$
 $I_{max} = 2I_0(1 + \gamma_{12})$
 $I_{min} = 2I_0(1 - \gamma_{12})$
 $V = \frac{4I_0\gamma_{12}}{4I_0} = \gamma_{12}$

1.3.3 räumliche Kohärenz

In der Praxis ist eine Lichtquelle nie punktförmig, sondern hat eine gewisse Ausdehnung. Wir zerlegen nun eine Lichtquelle in zwei räumlich voneinander getrennte punktförmige Lichtquellen (A und B). Die Lichtquellen bestrahlen zwei Spalte (P_1 und P_2) die das Licht beugen und Interferenzbilder im Punkte P erzeugen.

Das Interferenzbild in P setzt sich zusammen aus den beiden Einzelbildern der jeweiligen Lichtquellen. Fallen Maxima auf Maxima und Minima auf Minima, so wird der Kontrast erhöht, d.h. es werden die Intensitäten addiert. Fallen jedoch Maxima auf Minima, so verschwindet die Interferenzstruktur und es liegt Inkohärenz vor. Man beobachtet als Interferenz, obwohl die Quellen nicht kohärent strahlen. Ist der Abstand d sehr klein ($d \rightarrow 0$), so liegen die Bilder genau aufeinander und verstärken sich. Auslöschung findet genau dann statt, wenn der kritische Abstand erreicht wird:

$$\Delta = BP_2 - BP_1 = \frac{\lambda}{2}$$

Aus der Abbildung erhält man:

$$\Delta \approx l \alpha \quad \text{und} \quad \alpha \approx \frac{d}{r}$$

Daraus erhält man:

$$\Delta = \frac{d l}{r} = \frac{\lambda}{2} \iff d = \frac{r \lambda}{2 l}$$

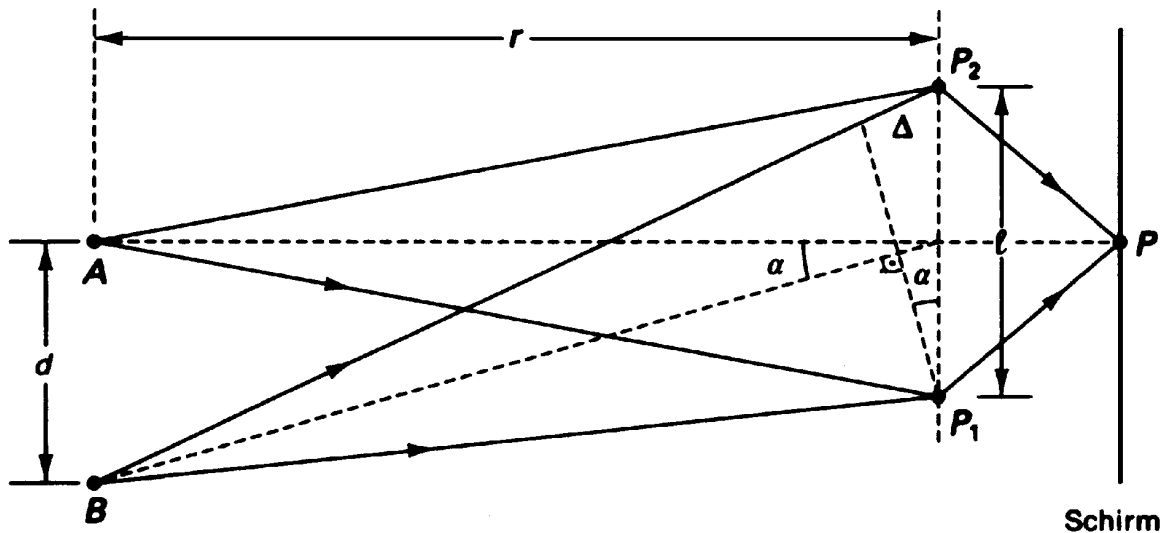


Abbildung 3: Interferenz am Doppelspalt

Eine reale ausgedehnte Lichtquelle besteht aus kontinuierlich verteilten Punktquellen. Hier entsteht Auslöschung erst beim doppelten Durchmesser $2d$. Damit erhält man den maximalen Spaltabstand für eine ausgedehnte Quelle. Dieser Abstand wird als *räumliche Kohärenzlänge* bezeichnet:

$$l_r < \frac{r \lambda}{d} \approx \frac{\lambda}{\alpha}$$

1.4 Das Beugungsgitter

Optische Gitter oder Beugungsgitter bestehen aus periodischen Strukturen, die ähnlich groß wie die Wellenlänge des einfallenden Lichtes sind. Der Beugungseffekt kommt durch Amplituden- oder Phasenänderung des durchgehenden Lichtes zustande. In bestimmten Raumrichtungen findet man hohe Intensitätsmaxima bzw. -minima der gebeugten Wellen.

1.4.1 Die Gittergleichung

Sowohl Gitteraufbau als auch die Wellenlänge des einfallenden Lichtes bestimmen Intensitäts- und Winkelverteilung des Beugungsbildes.

Ähnlich wie beim Doppelspalt findet man für die Hauptmaxima der Gitterbeugung die Beziehung

$$\sin \alpha_{max} = m \cdot \frac{\lambda}{g}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1)$$

Hierbei ist g der Abstand zweier benachbarter Gitterspalte, λ die Wellenlänge des einfallenden Lichtes und m die Beugungsordnung.

Ist N die Gesamtzahl der Gitterspalte, so treten zwischen zwei Hauptmaxima jeweils $N - 1$ Minima und $N - 2$ Nebenmaxima auf. Dabei gilt für die Minima:

$$\sin \alpha_{min} = \left(m + \frac{n}{N}\right) \frac{\lambda}{g}, \quad m = 0, 1, 2, \dots; \quad n = 1, 2, \dots, N - 1. \quad (2)$$

Analog findet man für die Nebenmaxima:

$$\sin \alpha_{Nmax} = \left(m + \frac{2n + 1}{2N}\right) \frac{\lambda}{g}. \quad (3)$$

Hohe Strichzahlen bewirken helle (wegen $I_{max} \propto N^2$), scharfe und damit gut getrennte Maxima bei den durch (1) gegebenen Winkeln. Durch die Lage des ersten Beugungsminimums, das mit wachsender Strichzahl N immer näher an das Hauptmaximum heranrückt, wird die Linienbreite bestimmt. Die höchste Auflösung ist also mit großen Strichzahlen zu erzielen.

Für den Gangunterschied zwischen Wellen von benachbarten Spalten gilt bei senkrechtem Lichteinfall auf das Gitter: $\Delta = g \cdot \sin \alpha$. Verallgemeinert man dies auf beliebige Einfallswinkel eines parallelen Lichtbündels, so findet man (siehe Abbildung):

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = -g \sin \alpha_e + g \sin \alpha_m$$

Die gebeugten Wellen sind für $\Delta = m \cdot \lambda$ gerade in Phase, und man erhält die **Gittergleichung**

$$-\sin \alpha_e + \sin \alpha_m = \frac{m\lambda}{g}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (4)$$

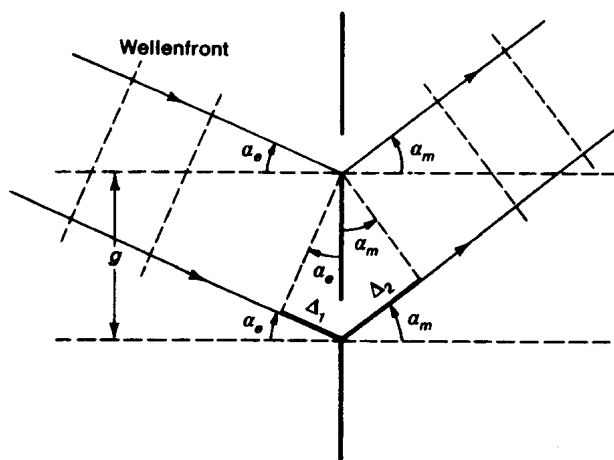


Abbildung 4: Beugung an zwei benachbarten Gitterspalten

Für jeden Wert von m wird monochromatische Strahlung der Wellenlänge λ durch konstruktive Interferenz verstärkt. Die Gittergleichung besagt, dass die 0. Ordnung für alle Wellenlängen bei $\alpha_m = \alpha_e$ liegt, also in Richtung des einfallenden Lichtes. Das zentrale Maximum erscheint deshalb weiß. Höhere Ordnungen (positiv oder negativ) erzeugen Maxima auf beiden Seiten der 0. Ordnung. Die Richtung jedes Hauptmaximums für $m \neq 0$ hängt für eine gegebene Einfallrichtung von der Gitterkonstanten g und der Wellenlänge λ ab. Das Gitter trennt also unterschiedliche Wellenlängen des einfallenden Lichtes; es funktioniert als dispersives Element. Anders als beim Prisma wird allerdings Licht mit kürzeren Wellenlängen weniger stark abgelenkt als längerwelliges Licht.

1.4.2 Auflösungsvermögen des Gitters

Man definiert das Auflösungsvermögen eines Beugungsgitters allgemein als

$$A := \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{min}},$$

wobei hier $\Delta\lambda_{min}$ das minimale Wellenlängenintervall zweier Spektralkomponenten ist, die gerade noch aufgrund des Rayleigh-Kriteriums getrennt sind. Betrachtet man senkrecht einfallendes Licht der Wellenlänge $\lambda + \Delta\lambda_{min}$, so erhalten wir aus der Gittergleichung für die Beugungsordnung m

$$g \sin \alpha = m(\lambda + \Delta\lambda_{min}).$$

Das Rayleigh-Kriterium erfordert nun, dass diese Beugungslinie mit dem ersten Minimum der benachbarten Wellenlänge *gleicher Ordnung* zusammenfallen soll, d.h. die Winkel müssen übereinstimmen. Da für das 1. Minimum bei λ gerade $g \sin \alpha_{min} = \left(m + \frac{1}{N}\right) \lambda$ gilt, folgt durch Gleichsetzen

$$m(\lambda + \Delta\lambda_{min}) = \left(m + \frac{1}{N}\right) \lambda$$

$$\Leftrightarrow m \Delta\lambda_{min} = \lambda \frac{1}{N} \quad \Leftrightarrow \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{min}} = m \cdot N = A.$$

Das Auflösungsvermögen des Beugungsgitters wächst also mit der betrachteten Ordnung und der verwendeten Strichzahl. Maximale Werte für das Auflösungsvermögen von Gittern liegen bei 10^5 bis 10^6 . Man kann allerdings nur in begrenztem Umfang höhere Ordnungen ausnutzen, da die Intensität mit wachsendem m abnimmt. Durch die sogenannte Blaze-Technik gelingt es jedoch, die Intensität des zentralen Maximums in die gewünschte Ordnung zu verschieben.

Es sei noch erwähnt, dass für senkrechten Einfall auf ein Gitter der Basisbreite B gilt: $N = B/g$, also

$$A = m \frac{B}{g} = \frac{B \sin \alpha_m}{\lambda}.$$

1.5 Das Michelson-Interferometer

Das Michelson-Interferometer wurde 1881 von Albert Michelson erdacht. Herzstück der Anordnung ist ein teildurchlässiger Spiegel, der als Amplituden-Strahlteiler (ST) wirkt.

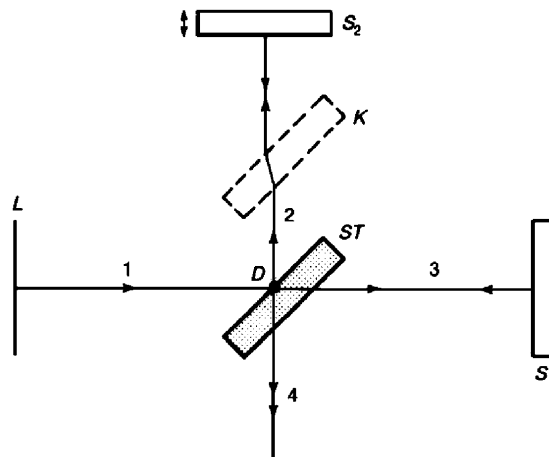


Abbildung 5: Michelson-Interferometer

Der Strahl (1) geht von einer ausgedehnten Lichtquelle (L) aus und trifft dann auf den Strahlteiler im Zentrum des Experiments. Betrachten wir den Strahl als ebene Welle der Form

$$\vec{E} = E e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})},$$

so wird der Strahl in zwei Einzelwellen der Amplituden $E_{1,2} = \frac{E}{\sqrt{2}}$ aufgespalten. Danach passieren die Strahlen unterschiedliche Wege (2 und 3) und werden an deren Enden wieder auf den Strahlteiler zurück gespiegelt. Dabei ist der eine Spiegel so ausgeführt, dass er in der optischen Achse kontinuierlich verschiebbar ist, wodurch die Weglängendifferenz variiert werden kann. Nach der Reflexion passieren die Strahlen wieder den Strahlteiler und werden dahinter (4) zur Interferenz gebracht. Ein weiterer Anteil geht vom Strahlteiler aus wieder zurück in Richtung der Lichtquelle (1).

Es ist zu beachten, dass die Teilstrahlen (2) und (3) unterschiedlich oft den Strahlteiler passieren. Der Strahlteiler besteht zumeist aus Glassubstrat und ändert somit entscheidend den optischen Weg. Strahl (3) muss den Strahlteiler drei mal passieren, während Strahl (2) den Strahlteiler nur einmal durchläuft. Zum Ausgleich kann in den Strahlengang (2) ein Block gleichen Materials und gleicher Dicke wie der Strahlteiler gestellt werden. Bei monochromatischem Laserlicht ist dies nicht notwendig, bei mehrfarbigem Licht werden jedoch durch Dispersion verschiedene Weglängenunterschiede erzeugt. An den beiden Ausgängen des Interferometers bekommen wir schließlich zwei Teilwellen:

$$E_1(r, t) = \frac{E}{2} e^{-i(\omega t - kr)} (e^{2ikr_3} + e^{2ikr_2})$$

$$E_2(r', t) = \frac{E}{2} e^{-i(\omega t - kr')} (e^{2ikr_3} - e^{2ikr_2})$$

Daraus ergeben sich die verschiedenen Intensitäten

$$I_a = \frac{1}{2} I_0 (1 + \cos(2k(r_3 - r_2)))$$

$$I_b = \frac{1}{2} I_0 (1 - \cos(2k(r_3 - r_2))),$$

mit $I_0 = \epsilon_0 c E E^* / 2$. Die Gesamtintensität wird in Abhängigkeit vom Weglängenunterschied $s = 2(r_3 - r_2)$ auf die beiden Ausgänge verteilt.

Um die Vorgänge leichter zu verstehen, ist es praktisch ein äquivalentes Modell des Interferometers zu entwickeln, in dem die Achse $L - S_1$ um 90° verkippt wird. Dann liegen beide Lichtwege in der selben Achse.

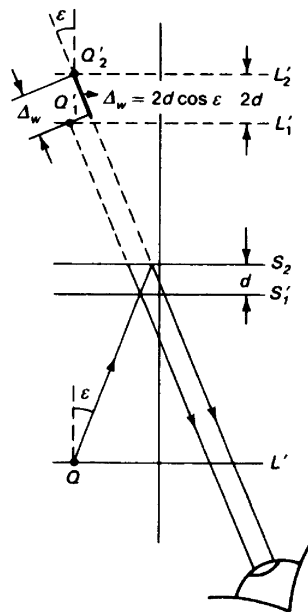


Abbildung 6: Michelson-Interferometer äquivalente Darstellung

Man erhält somit einfacher den *Gangunterschied* der austretenden Strahlen durch geometrische Überlegung:

$$\Delta = \Delta_w + \Delta_r = 2 d \cos \epsilon + \Delta_r$$

Hierbei ist ϵ der Schwinkel zur optischen Achse, der Null wird, wenn die Strahlen senkrecht auf die Spiegel fallen. Dann wird der Wegunterschied $2 d$, da die Wegstrecke zweimal durchlaufen wird, die

durch Verschiebung von S_2 erzeugt wird. Δ_r bezeichnet den möglichen Gangunterschied, der durch Reflexion entsteht. Konstruktive Interferenz (mit $\Delta = m\lambda$) tritt dann bei jeder weiteren Verschiebung um $\Delta d = \lambda/2$ auf. Gleiches gilt natürlich auch für destruktive Interferenz. Überlagert man zwei Wellen identischer Intensität, so erhält man die Gesamtintensität folgender Größe:

$$I_{ges} = 4 I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

δ bezeichnet hierbei die Phasendifferenz, die mit dem Gangunterschied folgenden Zusammenhang hat:

$$\delta = k \Delta = 2 \pi \frac{\Delta}{\lambda}.$$

Betrachtet man den Gangunterschied durch Phasenänderung bei Reflexion, so erhält man im vorliegenden Aufbau $\Delta_r = \frac{\lambda}{2}$, da der Strahl (2) zwei Reflexionen mit Phasensprung erleidet (an ST und S_2), Strahl (3) jedoch nur einen Phasensprung (an S_1) hat. Mit diesen Ergebnissen erhält man die Bedingung für *destruktive Interferenz*:

$$\Delta = 2 d \cos \epsilon + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2},$$

mit den Ordnungszahlen $m \approx 2d/\lambda$.

1.6 Aufbau und Funktionsweise eines Diodenlasers

1.6.1 Aufbau eines Lasers

Ein Laser setzt sich grundsätzlich aus drei verschiedenen Baugruppen zusammen:

- dem aktiven Medium:

Das aktive Medium dient sowohl der Erzeugung der nötigen Strahlung, als auch deren Verstärkung. Durch Anregung wird im Medium eine Besetzungsinversion hergestellt. Atome werden in einen höheren Zustand angeregt, welcher in einen niedrigeren, vergleichsweise stabilen Zustand (das obere Laserniveau) übergeht. Durch spontane Emission eines Photons kehren die Atome von hier in einen tieferen Zustand (unteres Laserniveau) zurück, der zum Grundzustand führt. Ist nun die Besetzungszahl des oberen Laserniveaus größer als die des unteren, so liegt eine Besetzungsinversion vor. Das emittierte Photon durchläuft nun das aktive Medium. Für die Intensität der Welle im Medium gilt dann das Beersche Absorptionsgesetz:

$$I(\nu, z) = I(\nu, 0) \cdot e^{-\alpha(\nu) \cdot z}$$

mit dem Absorptionskoeffizienten

$$\alpha(\nu) = \left(N_k - \frac{g_k}{g_i} N_i \right) \sigma(\nu)$$

Da eine Besetzungsinversion vorliegt, gilt:

$$N_i > \frac{g_i}{g_k} \Rightarrow \alpha(\nu) < 0$$

Der Absorptionskoeffizient ist negativ, das Medium verstärkt also die durchlaufende Welle. Das durchlaufende Photon bewirkt die stimulierte Emission weiterer Photonen durch den Laserübergang. Die Photonen stammen also alle aus dem gleichen Übergang. Wegen der Verstärkung, wird das Medium *aktives Medium* genannt.

- der Energiepumpe:

Die Energiepumpe erzeugt elektromagnetische Energie, die für die Besetzungsinversion im aktiven Medium benötigt wird. Sie hebt die Atome auf ein höheres Pumpniveau, von dem sie auf das obere Laserniveau zurückkehren. Durch die Verstärkung ist die Besetzungsinversion zeitlich begrenzt. Daher muss periodisch weitere Energie zugeführt werden, um den Laserprozess in Gang zu halten. Energiepumpen sind z.B. Blitzlampen, Gasentladungslampen oder vorgeschaltete Laser.

- dem Resonator:

Der Resonator außerhalb bzw. am Rand des aktiven Mediums speichert die vom aktiven Medium emittierte Fluoreszenz in wenigen Moden des Strahlungsfeldes, wodurch die induzierte Emission im aktiven Medium wahrscheinlicher wird als die spontane. Außerdem soll die verstärkte Strahlung in das aktive Medium zurückgeführt werden, um einen Lichtoszillator zu erhalten. Der Resonator besteht meist aus einem undurchlässigen und einem teildurchlässigen Spiegel, die senkrecht zur Strahlausbreitungsachse des Lasers stehen. Nur Photonen in der Strahlachse tragen zum Laserprozess bei.

1.6.2 Diodenlaser

In unserem Versuch kam die spezielle Form des Diodenlasers zur Anwendung. Im Diodenlaser ist das aktive Medium eine Halbleiterdiode, die für die Erzeugung der Laser-Strahlung sorgt. Im Halbleiter tragen die Elektronen den Strom im Leitungsband und Löcher im Valenzband. Man erhält die Verteilung der Elektronen auf die verschiedenen Zustände aus der Fermi-Funktion:

$$f_{el}(E, E_F) = \frac{1}{1 + e^{\frac{(E-E_L)}{kT}}}$$

E_L ist hierbei die Fermi-Energie des Leitungsbandes. Die Verteilung der Löcher erhält man dazu aus:

$$f_h = 1 - f_{el} = \frac{1}{1 + e^{\frac{(E_V-E)}{kT}}}$$

mit E_V als Fermi-Energie des Valenzbandes. Im thermodynamischen Gleichgewichtszustand, haben beide Fermi-Energien den gleichen Wert. Bei den meistens verwendeten GaAs-Halbleitern liegt die Fermi-Energie ziemlich genau in der Mitte zwischen Leitungs- und Valenzband. Durch unterschiedliche Dotierung in zwei Teilen bekommt man einen sogenannten p-n-Übergang. Durch die Dotierung werden die Anzahl der Elektronen bzw. der Löcher im jeweiligen Teilbereich erhöht und somit die Leitfähigkeit des Halbleiters.

Breibt man nun die Diode in Durchlassrichtung mit einem Diodenstrom, so verschieben sich die Fermi-Grenzen für beide Gebiete unterschiedlich. Für die p-Dotierung wird die Fermi-Grenze in die Nähe des Valenzbandes verschoben und für die n-Dotierung in die Nähe des Leitungsbandes. Es entsteht also eine Lücke zwischen den Fermi-Energien, in der Elektronen mit Löchern rekombinieren. Das eigentliche Laser-Licht wird in der Diode durch eben diese Rekombination der Elektronen aus dem Leitungsband mit Löchern aus dem Valenzband emittiert. Dafür muss die Differenz der Fermi-Energien größer sein, als die Bandlücke zwischen Valenz- und Leitungsband. Der angelegte Diodenstrom übernimmt also die Funktion der Energiepumpe, die die Besetzungsinversion erzeugt.

Genauso wie bei anderen Lasern, findet auch im Diodenlaser eine Verstärkung statt, wenn die stimulierte Emission gegenüber den Verlusten durch Absorption überwiegt. Auch hier benötigt man wieder einen Resonator, der die ausgelöste Emission zurück in den Halbleiter zur zusätzlichen Verstärkung reflektiert. Praktischerweise reichen beim Diodenlaser die Grenzflächen zwischen Halbleiterkristall und Luft aus, einen ausreichenden Anteil der Strahlung zurück zu reflektieren. Um die Wirkung weiter

zu erhöhen werden zwei parallele Flächen des Kristalls poliert, während die anderen beiden Flächen unbehandelt gelassen werden. So erreicht man die stärkste Reflexion in der späteren Ausbreitungsrichtung des Diodenlasers.

1.6.3 Gauß-Strahlen

Zur kompletten Beschreibung eines Laserstrahlexperiments ist es nötig noch einige Eigenschaften des Laserstrahls herauszustellen. Wir gehen hierzu von der Wellengleichung im Vakuum aus und betrachten einige Lösungen. Zur Vereinfachung nutzen wir den skalaren Fall, wobei dadurch Polarisations-effekte nicht auftauchen.

$$\text{Wellengleichung:} \quad \left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \vec{E}(\vec{r}, t)$$

Wir machen den Separationsansatz $E(\vec{r}, t) = \varepsilon(\vec{r}) e^{-i\omega t}$ und erhalten damit die Helmholtz-Gleichung:

$$\nabla^2 \varepsilon(\vec{r}) + k^2 \varepsilon(\vec{r}) \quad , k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

Die Lösung der Helmholtz-Gleichung ergibt eine monochromatische Lösung der Wellengleichung unter Berücksichtigung der Separation. Mögliche Lösungen hierfür sind z.B.

$$\text{die ebene Welle:} \quad \varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon_0 \cdot e^{i\vec{k}\vec{r}} \quad \text{oder}$$

$$\text{die Kugelwelle:} \quad \varepsilon(\vec{r}) = \frac{A}{r} \cdot e^{i\vec{k}\vec{r}}.$$

Diese Lösungen kommen jedoch für die Beschreibung des Laserstrahls nicht in Betracht, da die ebene Welle eine unendliche Wirkungsquerschnittsfläche und die Kugelwelle breitet sich in alle Richtungen aus. Beides trifft für Laserstrahlen nicht zu. Daher benutzen wir einen Lösungsansatz wie für die ebene Welle aber mit variabler Amplitude:

$$\varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon_0(\vec{r}) \cdot e^{ikz}$$

Setzt man voraus, dass die Änderungen von $\varepsilon_0(\vec{r})$ und $\partial\varepsilon_0(\vec{r})/\partial z$ im Bereich einer Wellenlänge in z -Richtung vernachlässigbar sind, so erhält man durch einsetzen in die Helmholtz-Gleichung:

$$\nabla_T^2 \varepsilon_0 + 2ik \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial z} = 0.$$

Diese Gleichung heißt *paraxiale Wellengleichung*. Mit dem transversalen Laplace-Operator

$$\nabla_T^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Betrachtet man die Intensität eines Laserstrahls, so verschwindet diese in ausreichender Entfernung von der Ausbreitungsachse (z). Für Gauß-Strahlen hat die Intensitätsverteilung die Form

$$I(x, y, z) \sim |\varepsilon_0(\vec{r})|^2 \cdot e^{-2(x^2+y^2)/w^2}$$

Hierbei ist w der Strahl-Radius des Gaußschen Strahls. Mit dieser Intensitätsverteilung lässt sich eine Lösung für die paraxiale Wellengleichung konstruieren:

$$\varepsilon_0(\vec{r}) = A \cdot e^{ik(x^2+y^2)/2q(z)} e^{ip(z)}$$

Um aus $\varepsilon_0(\vec{r})$ die o.g. Intensität zu bekommen, muss die Bedingung

$$\frac{1}{q} = \frac{2i}{kw^2} = \frac{i\lambda}{\pi w^2}$$

erfüllt sein. Da q von z abhängt, kann die Strahlgröße über die zurückgelegte Strecke in Ausbreitungsrichtung variieren, was tatsächlich beim Laser beobachtet wird. Setzt man nun die kontruierte Lösung in die paraxiale Wellengleichung ein, so erhält man Bedingungen für $q(z)$ und $p(z)$, wobei $q_0 = q(0)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial z} &\implies q(z) = q_0 + z \\ \frac{\partial p}{\partial z} &\implies p(z) = i \cdot \ln\left(\frac{q_0 + z}{1_0}\right) \end{aligned}$$

Nimmt man q allgemein als komplex an, so gilt

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} + \frac{i\lambda}{\pi w^2(z)} \quad \text{mit reellen } R \text{ und } w$$

Löst man die Gleichung einzeln, so erhält man

$$R(z) = z + \frac{z_0^2}{z} \quad \text{und} \quad w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_0^2}},$$

mit $w_0 = w(0)$. Hierin ist die neue Größe z_0 die sogenannte *Rayleigh-Länge*

$$z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}.$$

Zur Charakterisierung wird auch oft der *konfokale Parameter* gebraucht, der der doppelten Rayleigh-Länge entspricht. Innerhalb der Rayleighzone ($-z_0 \leq z \leq z_0$) erfährt der Gauß-Strahl seine größte Änderung. Dieser Bereich ist das Nahfeld des kleinsten Strahlquerschnitts, also des Fokus. Bei $z \ll z_0$ breitet sich eine nahezu ebene Welle aus. Je stärker man den Laserstrahl fokussiert, desto kleiner wird die Rayleighzone. Im Fernfeld ($z \gg z_0$) entspricht die Welle wieder einer Kugelwelle.

Weitere Eigenschaften des Strahls sind dann:

Radius der Wellenfronten	$R(z) = z \left(1 + \frac{z_0^2}{z^2}\right)$
Strahltaile $2w_0$	$w_0^2 = \frac{\lambda Z_0}{\pi}$ bzw. $w_0^2 = \frac{\lambda Z_0}{\pi n}$, falls sich die Welle im Medium mit dem Brechungsindex n ausbreitet
Strahlradius	$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_0^2}}$

Abbildung 7: Eigenschaften des Gauß-Strahls

Mit den oben angegebenen Gesetzen für die Ausbreitung des Laserstrahls für den komplexen Strahlparameter $q(z)$, den reellen Krümmungsradius $R(z)$ und die Strahlbreite $w(z)$ lassen sich die Strahlparameter der Laserausbreitung in jedem beliebigen homogenen Medium der Brechzahl n angeben.

1.6.4 Laserausbreitung in optischen Systemen

Es fehlt noch die Beschreibung der Laserausbreitung in optischen Systemen, wie z.B. Linsen, Spiegeln, Prismen, usw. Die Modifikation des Laserstrahls lässt sich dabei aus den Gesetzen der geometrischen

Optik für Kugelwellen ableiten. Dabei nutzt man die Korrespondenz von $R(z)$ bei gewöhnlichen Kugelwellen mit dem komplexen Strahlparameter $q(z)$ der Gaußschen Kugelwellen. Zum Beispiel lautet das Ausbreitungsgesetz für gewöhnliche Kugelwellen

$$R_2 = R_1 + (z_2 - z_1).$$

Analog dazu gilt das Grundgesetz der Ausbreitung eines Laserstrahls (s.o.)

$$q_2 = q_1 + (z_2 - z_1)$$

Mit Hilfe der Korrespondenz von $R(z)$ und $q(z)$ lässt sich sehr einfach die sogenannte Matrixmethode aus der geometrischen Optik in die Gaußsche Strahlenoptik übertragen:

ABCD-Matrizen:

Ein einfallender Strahl mit den Parametern (x, σ) trifft auf ein optisches System, das durch die Systemmatrix $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ beschrieben ist. Nach Durchlaufen des Systems hat der Strahl die Parameter (x', σ') .

Betrachtet man den Krümmungsradius (R) einer Kugelwelle, so gilt der Zusammenhang

$$R = \frac{x}{\sigma}.$$

Der Übergang des Strahles vor dem System in den Strahl nach dem System wird in der Matrixoptik folgendermaßen beschrieben:

$$\begin{pmatrix} x' \\ \sigma' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \sigma \end{pmatrix}$$

Trennt man die Matrizen Schreibweise in die Einzelgleichungen auf, so erhält man

$$x' = Ax + B\sigma \quad \text{und} \quad \sigma' = Cx + D\sigma$$

und durch Division der beiden Gleichungen den Krümmungsradius der Ausgangswelle

$$R' = \frac{AR + B}{CR + D}.$$

Nutzen wir wieder die Korrespondenz zwischen $R(z)$ und $q(z)$ aus, so erhalten wir das *ABCD Transformationsgesetz für Gaußsche Strahlen*:

$$q' = \frac{Aq + B}{Cq + D}$$

Mit diesem Gesetz lässt sich die Veränderung der Form eines Laserstrahls nach Durchgang eines beliebigen optischen Systems bestimmen, sofern die Strahlparameter vor dem optischen System sowie die Transfermatrix bekannt sind. Für verschiedene optische Durchgänge gibt es jeweils eine zugehörige Matrix. Die Einzelmatrizen (M_k) können zur Systemmatrix (M) zusammengefasst werden:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_k \mathbf{M}_{k-1} \dots \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_1$$

Der Vollständigkeit halber hier noch einige ausgewählte Transfermatrizen:

Translationsmatrix

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & -l \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$l \dots$ Länge des Mediums

Brechungsmatrix

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n' - n}{n'r} & \frac{n}{n'} \end{pmatrix}$$

$r \dots$ Krümmungsradius der Brechungsfläche

Reflexionsmatrix

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-2}{r} & 1 \end{pmatrix}$$

$r \dots$ Krümmungsradius der Reflexionsfläche

2 Versuchsaufbau

Für die Durchführung des Versuchs stand uns ein Hochleistungs-Diodenlaser der Laserklasse 3B zur Verfügung. Der Diodenlaser erzeugte Laserstrahlung von 987 nm Wellenlänge (infrarot). Zum Schutz vor Augenschäden mussten während des gesamten Versuchs Schutzbrillen getragen werden, da Streustrahlung nicht zu verhindern war.

Zur Messung der Ausgangsleistung stand ein Coherent Powermeter zur Verfügung. Der Sensor musste so in den Strahlengang des Lasers justiert werden, dass der gesamte Durchmesser des Strahls möglichst mittig auf die Sensorfläche traf. Ansonsten wäre nicht die Gesamtleistung des Strahls gemessen bzw. die Messung durch variierende Empfindlichkeit der Detektorfläche verfälscht worden. Zusätzlich war eine Blende vorhanden, mit der das Powermeter vor anderer Strahlung (Tageslicht) abgeschirmt werden konnte. Diese Blende ließ sich einfach auf den Sensor aufschrauben. Zur Messung höherer Strahlleistung diente ein Abschwächeraufsatz, der die Leistung ca. um den Faktor 1:1000 abschwächte. Auch auf den Abschwächeraufsatz konnte die Abschirmblende aufgeschraubt werden, so dass eine Verdunkelung des Raumes nicht notwendig war. Die genaue Abschwächungsrate des Aufsatzes bestimmten wir durch Messung im Verlauf des ersten Versuchsteils.

Das wesentliche Versuchsziel bestand darin, eine optische Frequenzverdopplung zu erzeugen und deren Eigenschaften zu untersuchen. Hierzu wurde der Laserstrahl mit einer Plankonvexlinse auf einen Kaliumniobat-Kristall (KNbO_3) fokussiert. Die Eigenschaften des Kristalls können im Anhang der Versuchsanleitung nachgeschlagen werden. Der Kristall befand sich in einer speziellen Halterung, die ihn vor äußeren Einflüssen schützt und die zusätzlich ein Peltier-Element, sowie einen Temperaturfühler enthält. Mit dem Peltier-Element ließ sich die Temperatur des Kristalls regeln und der Fühler diente der Temperaturkontrolle. Er war mit einem Oszilloskop verbunden, auf dem die Abweichung der Temperatur vom Sollwert sehr genau kontrolliert werden konnte.

Hinter dem Kristall war zur Messung der Leistung des frequenzverdoppelten Strahls ein 4 mm dicker BG40-Filter in den Strahlengang gebracht, der das Infrarotlicht herausfilterte. Dahinter folgte wieder der Sensor des Powermeters.

Danach sollten die Wellenlängen von Grund- und Oberwelle mit Hilfe eines Beugungsgitters verglichen werden. Dazu wurde der Laserstrahl mit Hilfe des Achromaten mit der größten verfügbaren Brennweite ($f = 125 \text{ mm}$) kollimiert. Um das spätere Beugungsbild in der richtigen Richtung zu sehen, reflektierten wir den Strahl mit Hilfe eines Spiegels im 225° -Winkel und stellten dann das Reflexionsgitter in den Strahlengang. Durch Drehung des Reflexionsgitters konnte man danach die Lage des Beugungsmusters festlegen.

Zum Ende des Versuchs bestand die Aufgabe, ein Michelson-Interferometer aufzubauen, das von den Strahlen der Grund- und der Oberwelle durchlaufen werden sollte. Hierzu wurde direkt hinter den Kaliumniobatkristall ein kurzbrennweitiger Achromat ($f = 30 \text{ mm}$) in den Strahlengang eingebracht, wobei Probleme mit der Kollimation auftraten, da der Abstand zwischen Linse und Kristall nicht genügend verringert werden konnte. Hinter der Achromatorlinse diente ein Blaufilter der Abschwächung des Infraroten Strahls, da dessen Leistung stark über der des Blaulichtes (Oberwelle) lag. Beide Strahlen wurden um 90° in Richtung des eigentlichen Interferometer-Aufbaus gespiegelt. Der gesamte Aufbau dieses Versuchsteils ist in Abb. 8 schematisch dargestellt.

Als Herzstück des Interferometers stand ein teildurchlässiger Spiegel zur Verfügung, der die Strahlen in

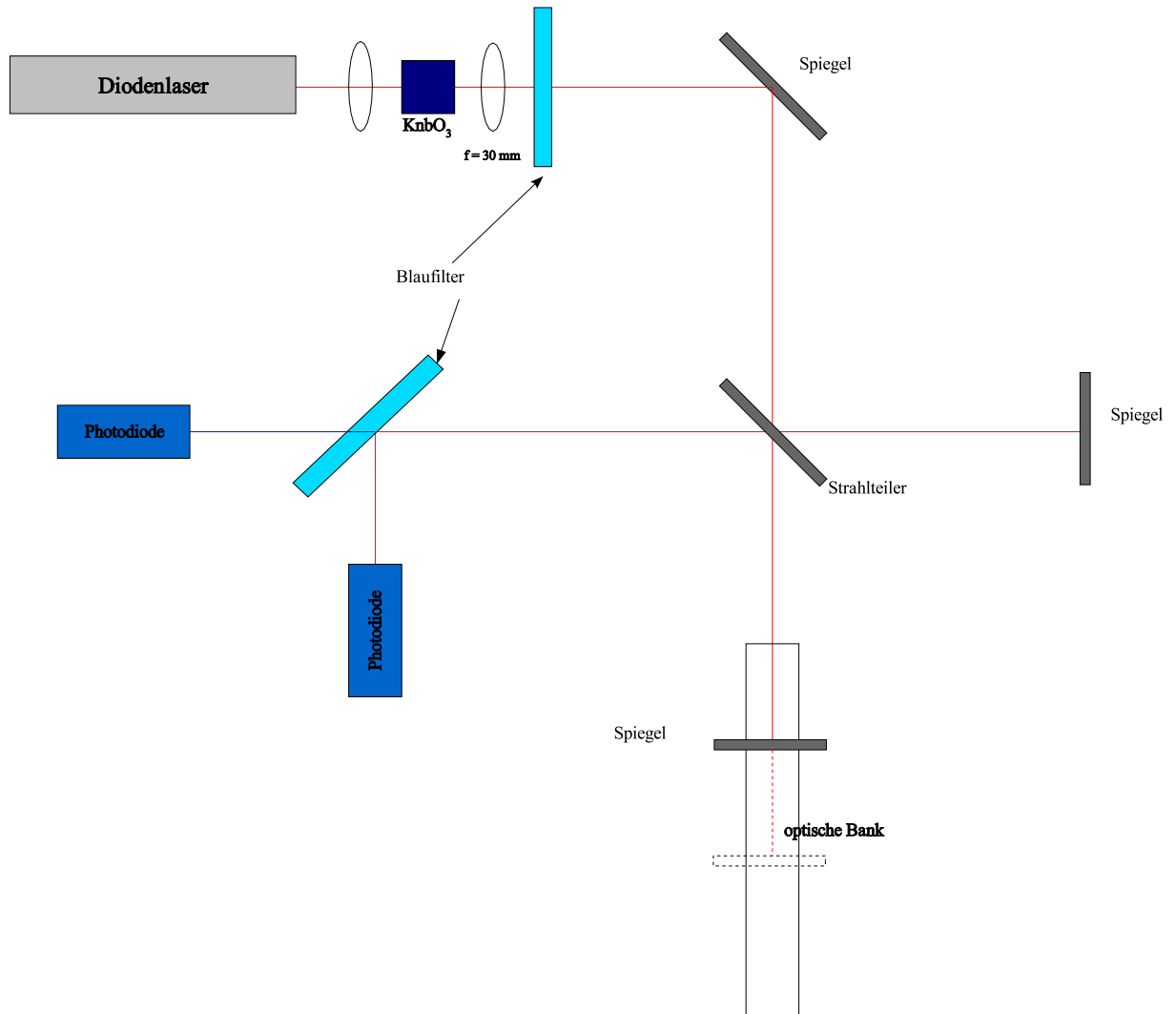


Abbildung 8: Schematischer Versuchsaufbau des Michelson-Interferometers

zwei verschiedene Strahlengänge aufteilte, die im 90° -Winkel zueinander standen. Im 90° -Strahlengang wurde der Strahl an einem festen Spiegel zurück auf den Strahlteiler reflektiert. Im zweiten Arm des Interferometers befand sich ein Spiegel auf einer optischen Bank und konnte in Richtung des Strahlengangs verschoben werden, um die Wegdifferenz beider Arme zu ändern.

Am offenen Ausgang wurde der Strahl wiederum mit Hilfe eines Blaufilters in zwei Strahlen aufgeteilt. Ein Strahl passierte den im 45° -Winkel zur Ausbreitungsrichtung eingestellten Filter, wobei der Infrarot-Anteil herausgefiltert wurde. Der zweite Teil wurde in einem Winkel von 90° dazu wegreflektiert. Beide Strahlen wurden mit je einer schnellen Photodiode detektiert, deren Ausgangssignale auf einem Oszilloskop sichtbar gemacht wurden. Sie konnten durch die Additionsfunktion des Oszilloskops zu einem Überlagerungsbild vereinigt werden, das später ausgewertet wurde.

3 Versuchsdurchführung und Auswertung der Messdaten

3.1 Eichung des Abschwächeraufsatzes

Sobald das Laserlicht eine Intensität größer als ca 100 mW erreicht, soll der Abschwächeraufsatz am Powermeter angebracht werden. Dieser bewirkt laut Hersteller eine Abschwächung um einen Faktor von ungefähr 1000; dies muss jedoch für den verwendeten Wellenlängenbereich noch nachgemessen werden (Eichung des Aufsatzes).

Die Verwendung des Abschwächers war nur beim Infrarotlicht notwendig, da die Leistung des blauen Strahls immer weit unterhalb des Grenzwertes blieb.

Folgende Messung haben wir zur Eichung durchgeführt:

Diodenstrom / mA	Leistung ohne Aufsatz / mW	mit Aufsatz / μ W	Abschwächung A
120 \pm 1	46,5 \pm 0,1	42,7 \pm 0,1	$9,183 \cdot 10^{-4} \pm 2,920 \cdot 10^{-6}$
140 \pm 1	62,5 \pm 0,1	57,4 \pm 0,1	$9,184 \cdot 10^{-4} \pm 2,172 \cdot 10^{-6}$
160 \pm 1	79,6 \pm 0,1	71,8 \pm 0,1	$9,020 \cdot 10^{-4} \pm 1,692 \cdot 10^{-6}$
180 \pm 1	95,7 \pm 0,1	86,1 \pm 0,1	$8,997 \cdot 10^{-4} \pm 1,406 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 1: Eichmessungen für den Abschwächeraufsatz

Der Abschwächungsfaktor A wurde so angesetzt, dass gilt:

$$(\text{abgeschwächte Leistung}) = A \cdot (\text{volle Leistung}).$$

Aus der Tabelle geht hervor, dass die Abschwächung etwas stärker als auf dem Gerät angegeben war. Außerdem sieht man, dass der Abschwächungsgrad bei höherer Leistung offenbar leicht zunimmt. Leider war aber die Anzeige des Strommessers sehr ungenau (auf Milliampère-Skala keine Nachkommastellen), und während der Messung stellten wir fest, dass sich die gemessene Leistung innerhalb eines Milliampères zum Teil noch erheblich veränderte, wenn man leicht am Potentiometer drehte. Dieser Effekt trat besonders stark im empfindlichen Bereich um die Laserschwelle herum auf. Wir haben versucht, dies zu berücksichtigen, indem wir zum Beispiel bei einem Diodenstrom von 60 mA zwei Messwerte aufgenommen haben - jeweils am Beginn und Ende des Bereiches, der am Ampèremeter als „60 mA“ abzulesen war.

Zur Fehlerrechnung: Das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz liefert für $A = \frac{P_m}{P_o}$ den Fehler:

$$\Delta A = \sqrt{(\Delta P_m)^2 \cdot \left(\frac{\partial A}{\partial P_m}\right)^2 + (\Delta P_o)^2 \cdot \left(\frac{\partial A}{\partial P_o}\right)^2} = \sqrt{(\Delta P_m)^2 \cdot \left(\frac{1}{P_o}\right)^2 + (\Delta P_o)^2 \cdot \left(-\frac{P_o}{(P_m)^2}\right)^2},$$

wobei P_o, P_m die Leistung ohne bzw. mit Abschwächeraufsatz bezeichnen. Die in der Tabelle aufgeführten Fehler ergeben sich, wenn man als Messfehler $\Delta P_o = 0,1$ mW und $\Delta P_m = 0,1$ μ W annimmt.

Es stehen uns nun zur Anwendung der Eichung zwei Möglichkeiten zur Verfügung: Bildung des Mittelwertes aus den vier gemessenen Werten für A oder Verwendung des letzten Wertes. Für die zweite Variante spricht das Argument, dass wir die Eichung nur für die höheren Leistungsbereiche benötigen, und dass der letzte Wert daher am nächsten an diesem Bereich liegt. Eine gewisse Vorsicht ist dabei jedoch geboten, da wir ja den weiteren Verlauf der Entwicklung mit steigender Leistung nicht kennen. Die Abweichung zwischen dem höchsten und dem niedrigsten Wert für A ist mit 2,03 % recht klein. Es ist möglich, dass beim Anbringen des Abschwächers die Appartur ein wenig verstellt wurde und der zuvor sorgfältig justierte Strahl den sensitiven Bereich im Powermeter nicht mehr genau mittig traf. Dadurch ist unsere Eichmessung mit einer gewissen Ungenauigkeit behaftet, die wir kaum kontrollieren können, da nach dem Anbringen des Aufsatzes kein genaues Zentrieren des Strahls mehr möglich

war. Es scheint uns also angemessen - besonders in Anbetracht der erwähnten Unbestimmtheit der Stromstärkeanzeige - den bei 180 mA erhaltenen Wert für A zur Eichung der weiteren Messwerte zu verwenden.

3.2 Messung der Ausgangsleistung des Diodenlasers als Funktion des Injektionsstromes

Nach dem Justieren der Apparatur und der Eichung des Powermeteraufsatzes wurde zunächst für die verschiedenen Leistungsmessbereiche der Untergrund bestimmt; die Werte lagen zwischen 0,00 mW und 1,76 μ W. Hierbei handelt es sich jedoch nur um grobe Richtwerte, denn wir können nicht davon ausgehen, dass der Untergrund über die gesamte Dauer unserer Messung konstant blieb. Im Gegenteil konnten wir verschiedene Einflüsse beobachten, die den Untergrund veränderten, z.B. die variierende Stärke des durch die Dachfenster des Versuchsraumes einfallenden Sonnenlichtes oder auch an welcher Stelle relativ zum Powermeter wir uns gerade aufhielten! Danach führten wir in Schritten von 20 mA eine Messreihe der Grundwellenleistung des Lasers durch; der Messbereich lief dabei von 0 mA bis 280 mA. In der nachfolgenden Tabelle wurde der Untergrund bereits von den erfassten Leistungsmesswerten abgezogen und die Umeichung (für alle Werte ab einschließlich 180 mA) durchgeführt. Dadurch kommen in diesem Bereich die gerundeten Werte zustande.

Diodenstrom / mA	Leistung / μ W	Diodenstrom / mA	Leistung / mW
0	0	65	5,810
20	7,71	80	16,400
40	21,01	100	30,990
45	24,5	120	46,490
50	31,3	140	62,490
54	37,0	160	79,590
56	40,9	180	95,68745
57	46,6	200	107,80260
57,99	420,97	220	122,37412
58,99	980,0	240	140,15783
60	2000,0	260	151,27265
60,99	2650,0	280	170,16783

Tabelle 2: Messreihe zur Grundwellenleistung

Der Ablesefehler des Ampèremeters ist wie erwähnt 1 mA. Das Powermeter hat eine größere Ablesegenauigkeit, die je nach Messbereich eine oder zwei Nachkommastellen umfasst.

Da bei diesem Versuchsteil der Schwellstrom des Diodenlasers bestimmt werden soll, haben wir in den empfindlichen Bereich um 60 mA mehr Messwerte gelegt. Dadurch konnten wir die Position der Schwelle bis auf 1 mA genau bestimmen; sie liegt nach unserer Messung zwischen 57 mA und 58 mA. Anhand der Tabelle sieht man, dass die Leistung zwischen diesen beiden Werten sprunghaft ansteigt. Unten findet sich die graphische Darstellung der Grundwellenleistung gegen den Diodenstrom.

Zusätzlich kann die Laserschwelle auch graphisch bestimmt werden. Zu diesem Zweck wird an den hinteren Teil des Graphen eine Gerade gefittet; der Schnittpunkt mit der x-Achse gibt dann den Schwellstrom an.

Für die Regressionsgerade wurden alle Werte ab 60 mA verwendet. Es zeigt sich, dass diese auch annähernd auf einer Geraden liegen (siehe Abbildung).

Grundwellenleistung in Abhängigkeit des Diodenstroms

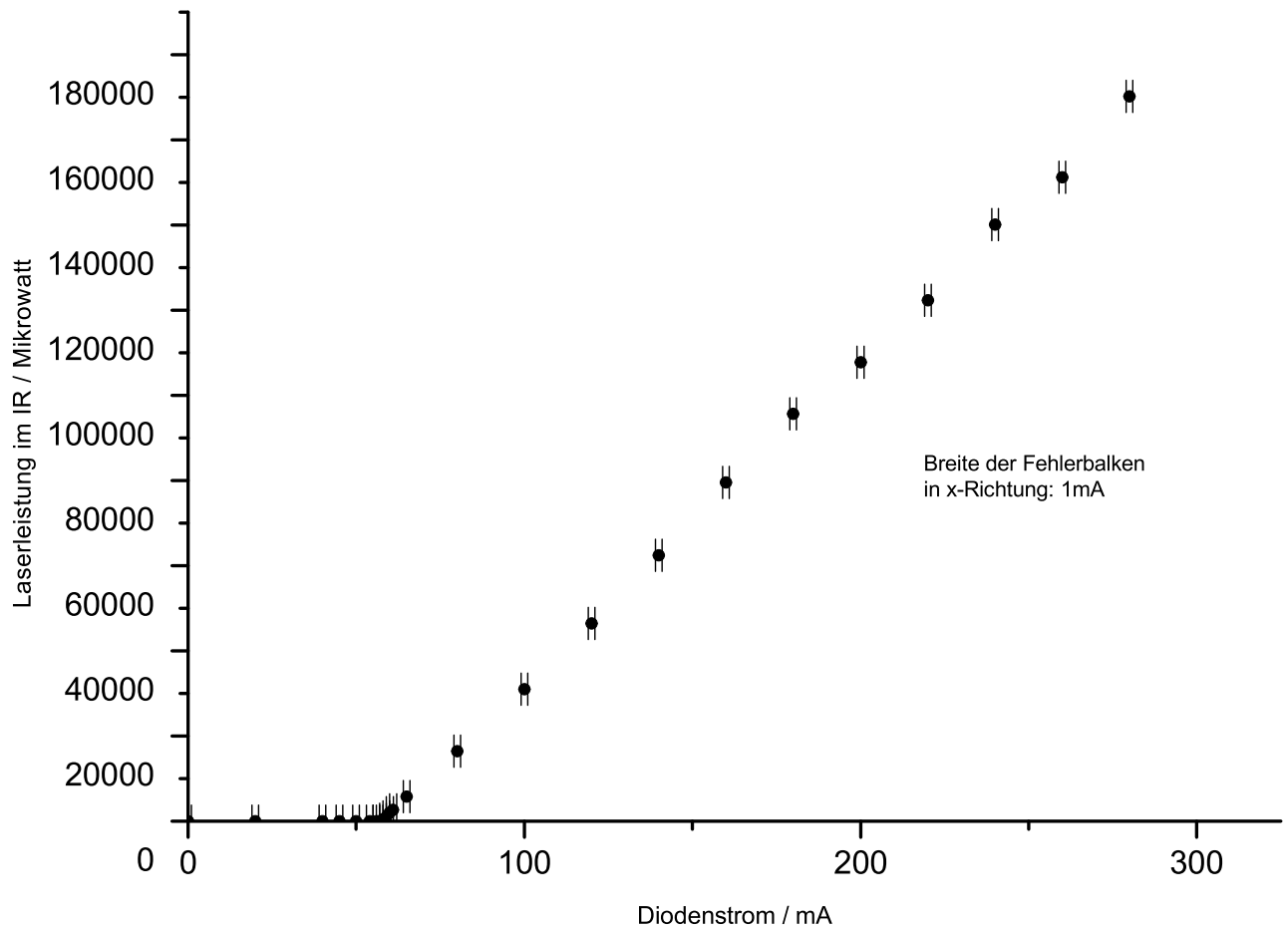


Abbildung 9: Diagramm unserer gesamten Messreihe der Grundwellenleistung

Die Laserschwelle lässt sich unter Verwendung der Regressionsparameter A und B (in der Abbildung mit angegeben) wie folgt berechnen:

$$Y = A + B \cdot x = 0$$

$$\Rightarrow x = -\frac{A}{B} = \frac{43940,627}{761,338} \text{ mA.}$$

Demnach liegt also die Laserschwelle bei 57,715 mA, das Fehlerintervall (errechnet aus den Unbestimmtheiten der Parameter A und B) umfasst alle Werte von 56,177 mA bis 59,274 mA.

Graphische Bestimmung der Laserschwelle

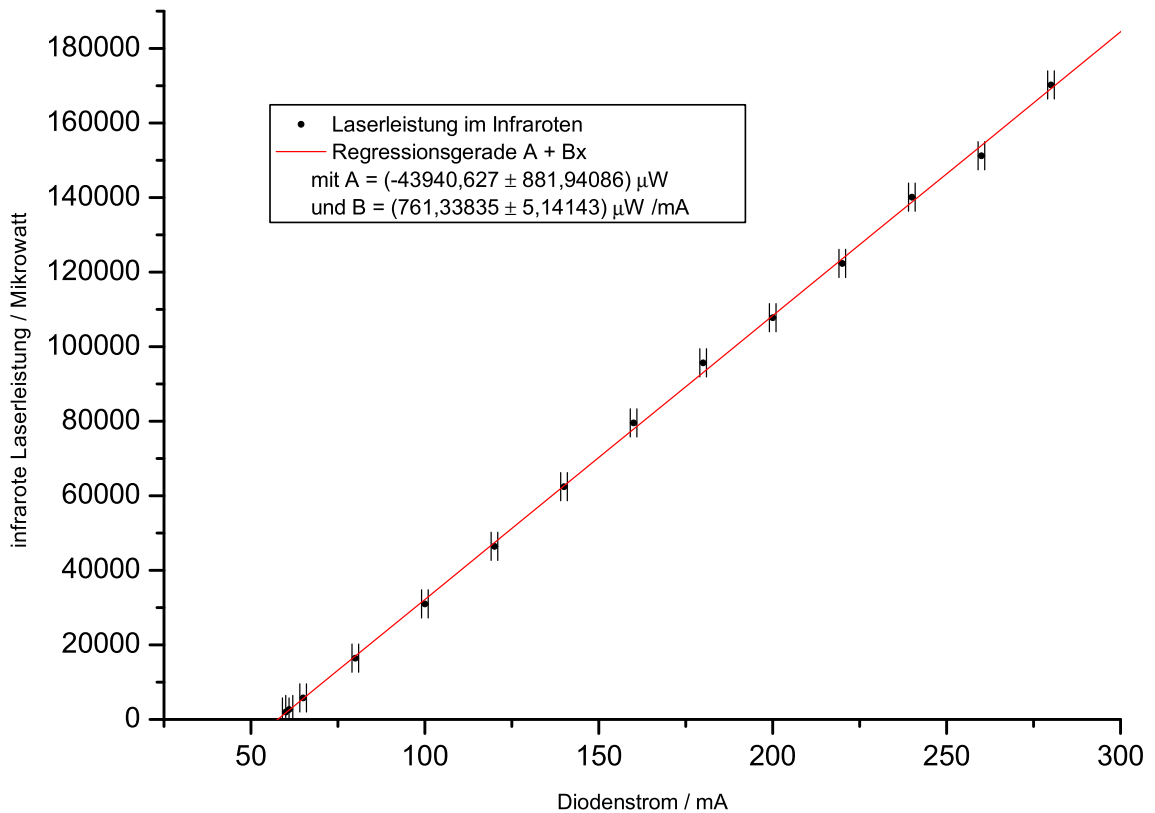


Abbildung 10: Geradenfit an die Messpunkte oberhalb der Laserschwelle

3.3 Fokussieren des Laserstrahls in den Kristall und Optimierung der Oberwellenleistung

Nachdem nun die infrarote Grundwelle des Diodenlasers bei einer Wellenlänge von 987 nm untersucht wurde, soll im nächsten Schritt mit Hilfe des anisotropen (zweiachsigen) Kaliumniobatkristalls die Frequenzverdopplung bewerkstelligt werden.

Dazu regelt man das Thermoelement der Kristallhalterung auf eine Temperatur von $35,5^\circ\text{C}$ hoch. (Diese Temperatur sorgt für annähernde Phasenanpassung, so dass die Oberwelle beobachtet werden kann.) Die Temperaturanzeige erlaubt es, zwischen Soll- und Ist-Wert hin und her zu schalten. Dabei stellten wir fest, dass es eine systematische Abweichung von $0,3^\circ\text{C}$ zwischen beiden Anzeigemodi gab. Da dieser Fehler über den gesamten von uns später durchfahrenen Temperaturbereich konstant blieb (das haben wir überprüft!), spielt er für die weitere Auswertung keine Rolle.

Wir warteten also zunächst ab, bis sich die Ist-Temperatur bis auf $0,3^\circ\text{C}$ an $35,5^\circ\text{C}$ angenähert hatte und stellten dann den Kristall in den Fokus einer plankonvexen Linse mit einer Brennweite von ca. 50 mm. (Den Wert konnten wir nur mit Hilfe von Lineal und weißem Papier als Schirm abschätzen.) Daraufhin konnten wir den blaugrünen frequenzverdoppelten Strahl hinter dem Kristall auf einem weißen Untergrund beobachten, gleichzeitig wurde der Lichtfleck des infraroten Strahls auf einer Sensorkarte sichtbar gemacht. Als nächstes musste dann der Kristall optimal justiert werden, um die

Oberwellenintensität zu maximieren. Zusätzlich wurde eine achromatische Linse der Brennweite 65 mm verwendet, um den Strahl zu kollimieren.

Eigentlich sollen in diesem Versuchsteil Rayleighlänge und Strahldurchmesser des frequenzverdoppelten Strahls im Kristall (also im Fokus der 50mm-Linse) berechnet werden. Leider fehlt uns dazu die Angabe des Strahldurchmessers vor der Linse.

3.4 Messung der Oberwellenleistung in Abhängigkeit der Kristalltemperatur

Dieser Versuchsteil hat zum Ziel, die temperaturabhängigen Brechungsindizes des KNbO_3 -Kristalls zur Phasenanpassung der frequenzverdoppelten Teilwellen mit der Oberwelle auszunutzen. Genauer gesagt soll der optimale Temperaturbereich für die beste Phasenanpassung gefunden und falls möglich die Nebenmaxima ausfindig gemacht werden.

Für die nächste Messreihe wurde der Diodenstrom des Lasers auf den Maximalwert von 280 mA eingestellt. Die kleinste am Temperaturregler einstellbare Temperatur war $28,0^\circ\text{C}$. Von diesem Startwert aus erhöhten wir die Kristalltemperatur in Schritten von $0,5^\circ\text{C}$ auf 47°C , während gleichzeitig die Oberwellenleistung am Powermeter abgelesen wurde. Da der Kristall den Temperaturänderungen seiner Halterung nicht unmittelbar folgen kann, musste zwischen der Nachregelung der Temperatur und dem Ablesen der aktuellen Oberwellenleistung erst der Einschwingvorgang auf dem Oszilloskop beobachtet und abgewartet werden. Leider ist es uns nicht gelungen, die Apparatur optimal zu justieren (aus Versehen haben wir auch die erste Linse im Strahlengang falsch herum eingebaut), so dass die verdoppelte Leistung nicht über $20,7 \mu\text{W}$ hinaus kam. Dementsprechend ist das gesamte Leistungsniveau in unserer Messung eher niedrig, so dass die Identifizierung von Nebenmaxima sich als äußerst schwierig erweist. Unsere Kurve sieht außerdem etwas buckelig aus; zumindest eine der Unregelmäßigkeiten lässt sich jedoch vermutlich auf einen Modensprung des Lasers zurückführen, bei dem sich die Leistung ruckartig veränderte (siehe Abbildung). Die Tabelle mit unseren Messwerten legen wir im Anhang zu diesem Protokoll bei.

Man kann Nebenmaxima *andeutungsweise* an zwei Stellen finden:

- bei $32,5^\circ\text{C}$ sowie bei $39,0^\circ\text{C}$. Die beiden Erhöhungen liegen fast symmetrisch zum Hauptmaximum (die Abstände zu $35,8^\circ\text{C}$ betragen $3,3^\circ\text{C}$ bzw. $3,2^\circ\text{C}$).
- bei $30,0^\circ\text{C}$ sowie bei $40,5^\circ\text{C}$. Diese sind jedoch von keiner nennenswerten Signifikanz, da die leichte Überhöhung ebensogut auf Schwankungen zurückgeführt werden kann.

Das Hauptmaximum der Kurve konnten wir recht genau bestimmen: der höchste von uns gemessene Wert der Oberwellenleistung, nämlich $20,7 \mu\text{W}$, lag bei einer Temperatur von $(35,8 \pm 0,3)^\circ\text{C}$.

Abgesehen von den oben erwähnten Unebenheiten sieht unsere Kurve eigentlich recht symmetrisch aus. Allerdings haben wir auch an der zum Maximum aufsteigenden bzw. an der abfallenden Flanke nur wenig Messwerte, so dass hier keine genauen Aussagen über die Symmetrie der Kurve möglich sind.

Temperaturabhängigkeit der Oberwellenleistung

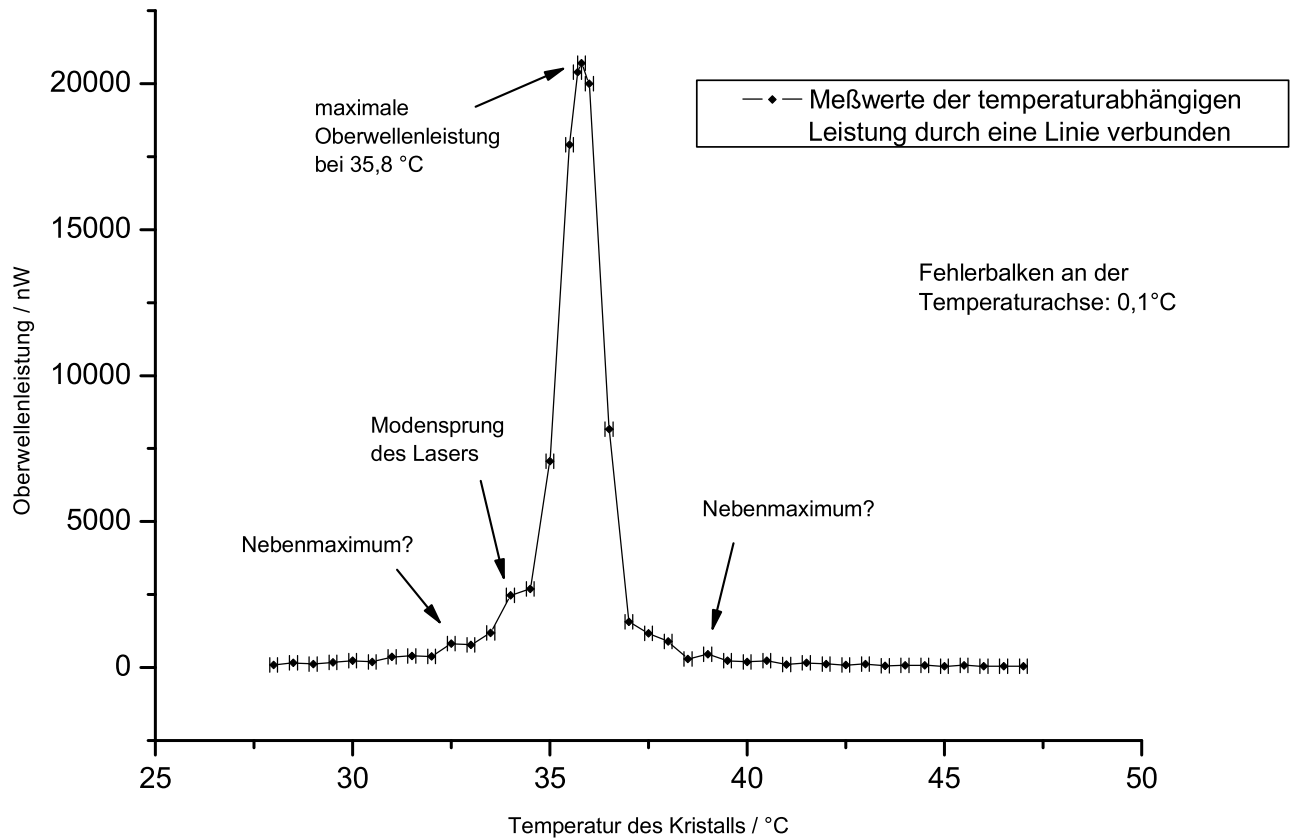


Abbildung 11: Graphische Darstellung unserer Messreihe zur Temperaturabhängigkeit

3.5 Messung der Oberwellenleistung in Abhängigkeit der Grundwellenleistung

In diesem Versuchsteil soll zunächst die Oberwellenleistung in Abhängigkeit des Diodenstroms gemessen werden, um die Ergebnisse später mit denen aus der Grundwellenmessung vergleichen zu können. Die Messung verlief ähnlich wie bei der Bestimmung der Infrarotleistung. Die Diodenstromintervalle sind auch hier 20 mA groß und der Messbereich läuft von 0 mA bis 280 mA. In untenstehender Tabelle sind die Resultate zusammengefasst:

Diodenstrom /mA	Leistung / μ W	Diodenstrom / mA	Leistung / μ W
0	0,0120	140	2,85
20	0,0122	160	4,19
40	0,0125	180	6,29
60	0,0215	200	8,19
60,99	0,0252	220	10,20
80	0,0260	240	14,90
100	0,881	260	16,80
120	1,77	280	20,70

Tabelle 3: Messreihe zur Oberwellenleistung

Zur Auswertung wurde zunächst ein Plot der Oberwellenleistung gegen den Injektionsstrom angefertigt. Jenseits der Laserschwelle ist hier bereits einen parabelartiger Anstieg mit wachsender

Stromstärke zu erkennen. Um dies noch deutlicher herauszustellen, haben wir in einem zweiten Plot nur die Messpunkte jenseits der Laserschwelle dargestellt und mit einem Polynom zweiten Grades gefittet. Es stellte sich heraus, dass der drittletzte Messwert (bei 240 mA) nicht sehr gut auf der Kurve liegt; er wurde deshalb als Ausreißer markiert und für den Polynom-Fit nicht mit verwendet. Mit dieser kleinen Modifikation funktioniert die Annäherung durch den Fit recht gut. Lediglich die Werte bei 100 mA und 220 mA liegen ein Stück unterhalb der Fitkurve.

Nun soll aber noch der Zusammenhang zwischen Ober- und Grundwelle verdeutlicht werden. Dazu haben wir wieder die geeignetsten Datenpunkte selektiert (in diesem Fall wiederum die Werte mit den größeren Stromstärken) und die frequenzverdoppelte Leistung gegen die infrarote Leistung aufgetragen.

Nachdem der erste Versuchsteil eine lineare Abhängigkeit der Grundwellenleistung vom Diodenstrom gezeigt hat und bei der Auftragung der Oberwellenleistung gegen die Stromstärke eine parabelförmige Kurve entstand, bestätigt sich somit die Erwartung, dass die Oberwellenleistung quadratisch von der Grundwellenleistung abhängt.

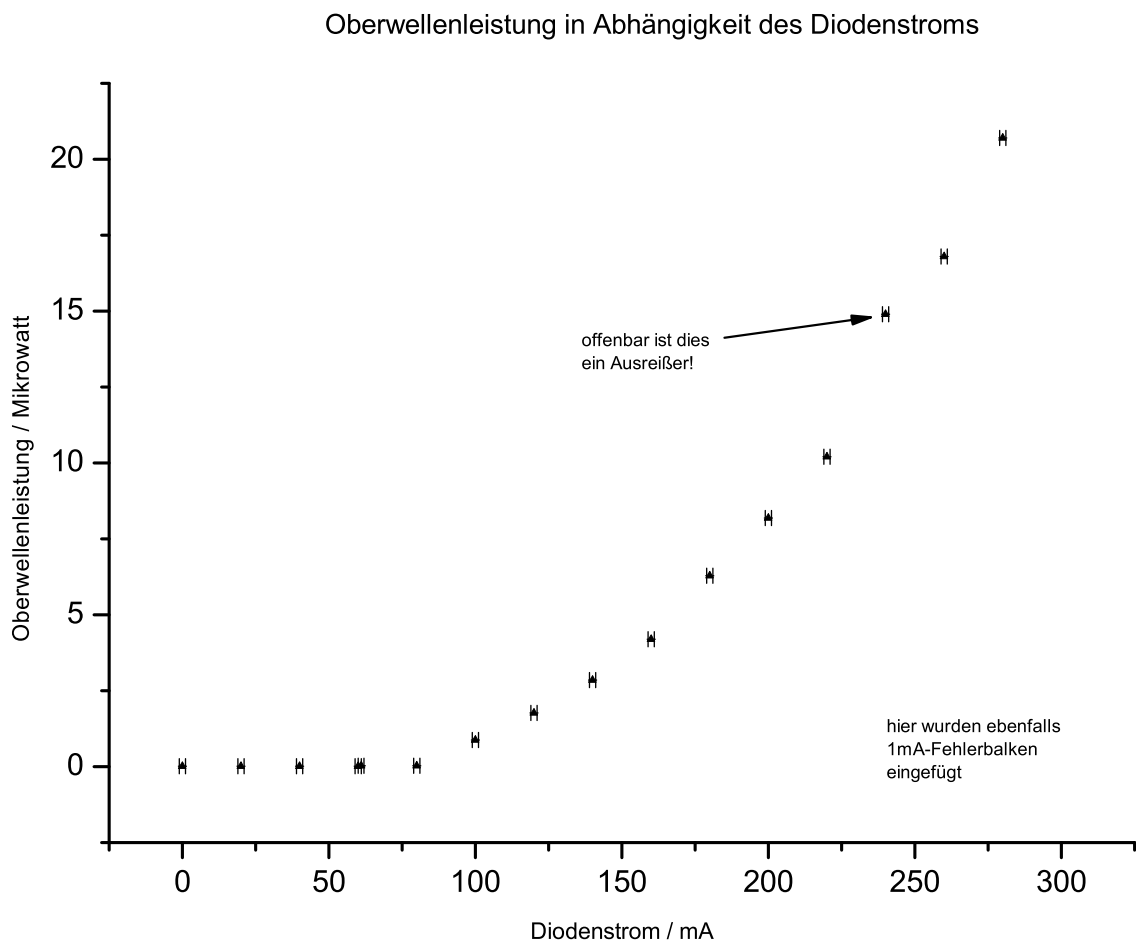


Abbildung 12: Graphische Darstellung unserer Messreihe zur Diodenstromabhängigkeit der Oberwelle

Abhängigkeit der Oberwellenleistung vom Diodenstrom

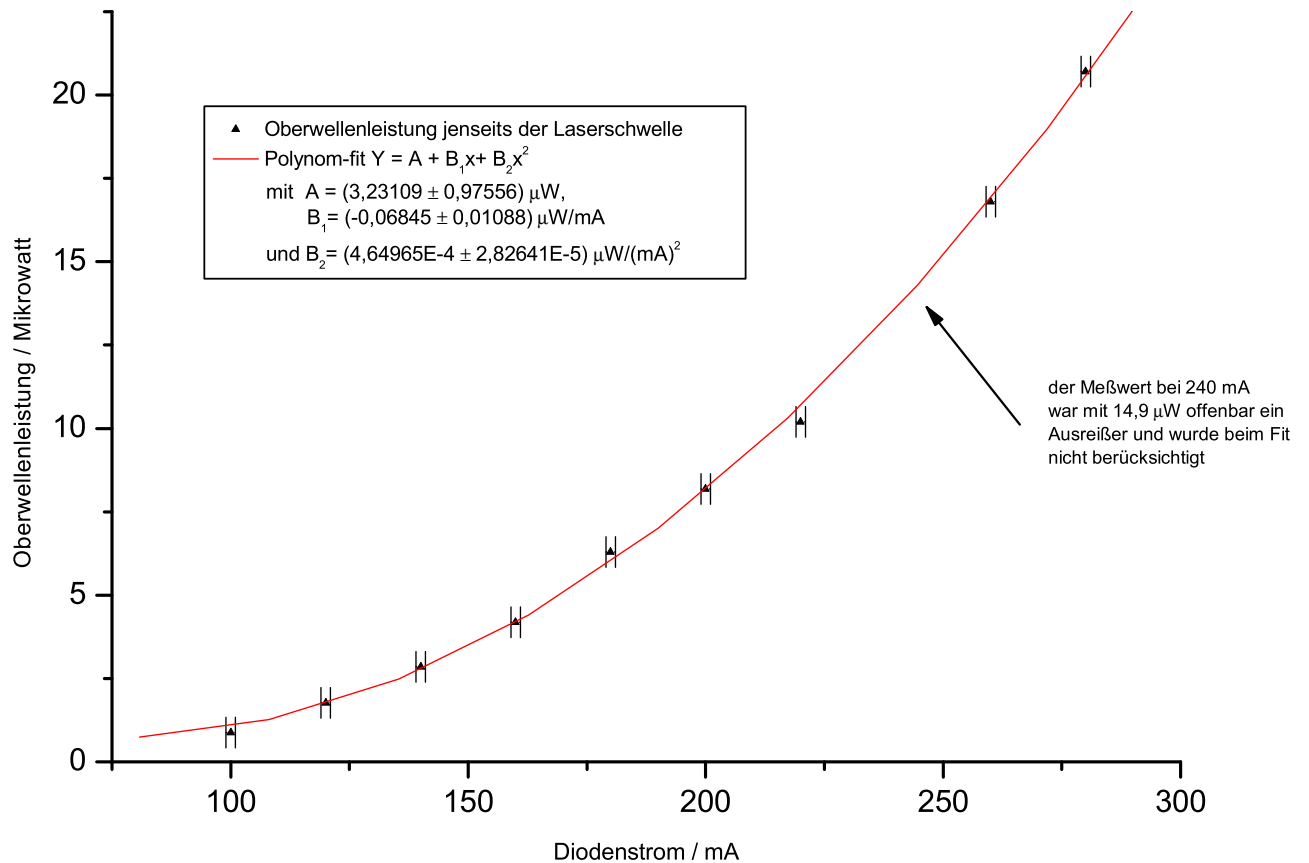


Abbildung 13: Polynom-Fit an die Messwerte oberhalb der Laserschwelle

Um diesen Zusammenhang noch etwas genauer zu untersuchen, haben wir als nächstes die Oberwellenleistung als Funktion des Quadrates der Grundwellenleistung aufgetragen (Abb. 15). Es zeigt sich ein annähernd linearer Verlauf; im niedrigeren Leistungsbereich kurz oberhalb der Laserschwelle knickt die Kurve jedoch ein wenig ab. Beim nächsten Diagramm wurde dementsprechend dieser Messwert nicht mehr miteinbezogen. Durch die übrigen Punkte haben wir eine Regressionsgerade gelegt, um zu herauszufinden, inwieweit wir Abweichungen von der erwarteten quadratischen Abhängigkeit erkennen können (Abb. 16).

Es zeigt sich in der Tat, dass die Werte nicht exakt auf einer Geraden liegen; es gibt Abweichungen sowohl nach oben als auch nach unten. Allerdings haben wir als Fehlerbalken hier nur den Fehler bei der Messung der Oberwellenleistung eingetragen; dieser ist aufgrund der Anzeigegegenauigkeit des Powermeters recht gering. Zusätzliche Fehlerquellen wie variierende Einflüsse durch Streulicht oder Ungenauigkeit der Stromstärkemessung werden bei diesen Fehlerintervallen nicht berücksichtigt. Denkt man sich die Fehlerbalken als Fehlerkreuze und zusätzlich noch ein wenig verbreitert, so würde man wohl eine akzeptable Übereinstimmung mit der berechneten Regressionsgeraden finden.

Oberwellenleistung in Abhängigkeit der Grundwellenleistung

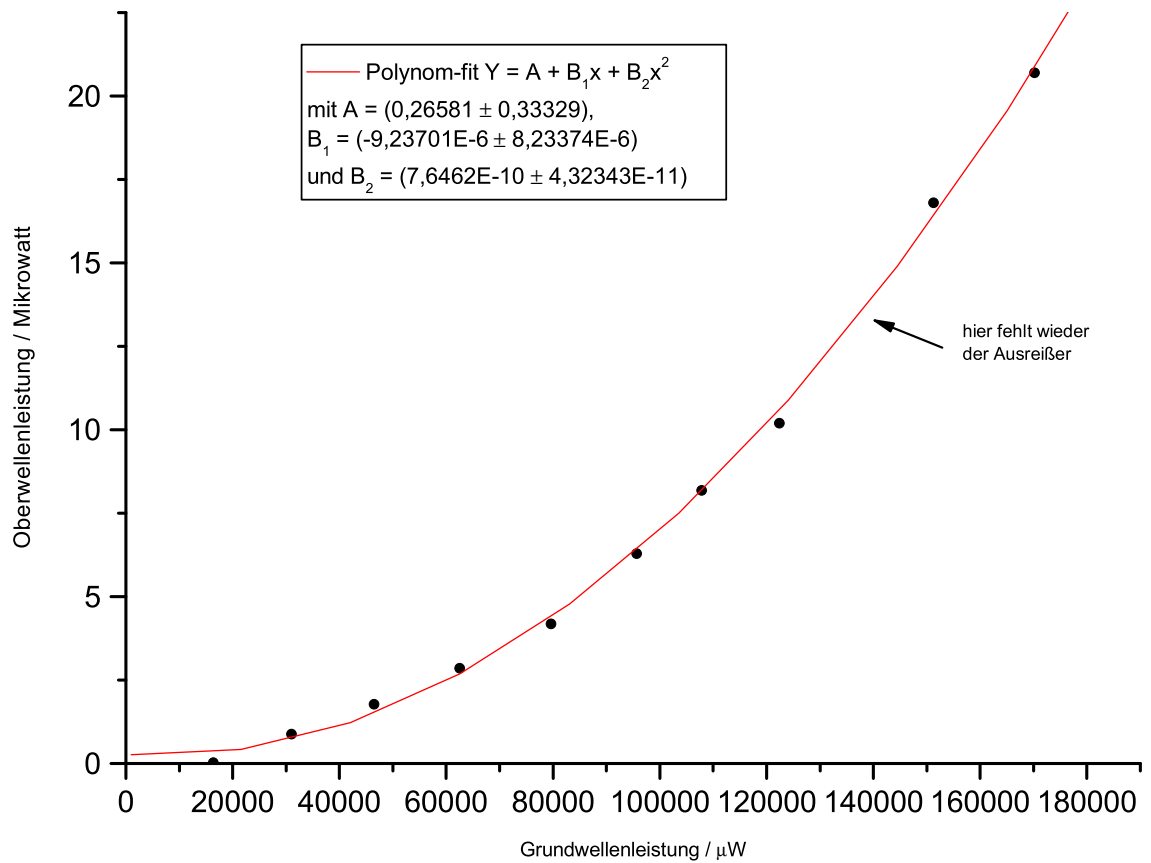


Abbildung 14: Korrelation von Grund- und Oberwellenleistung oberhalb der Laserschwelle

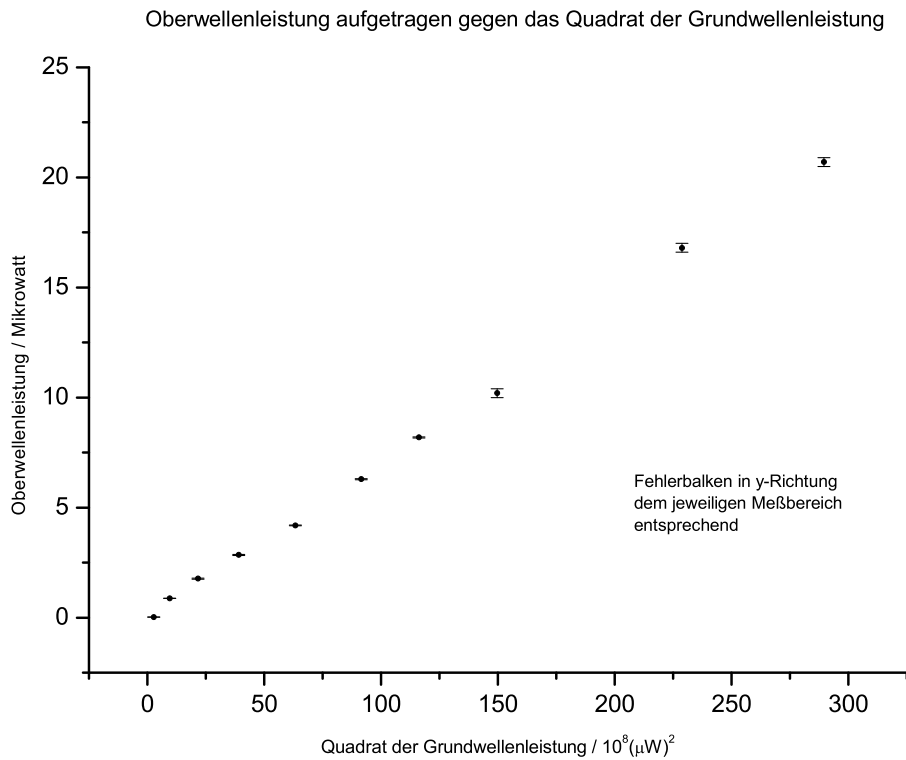


Abbildung 15: Diagramm mit allen Messwerten oberhalb der Schwelle

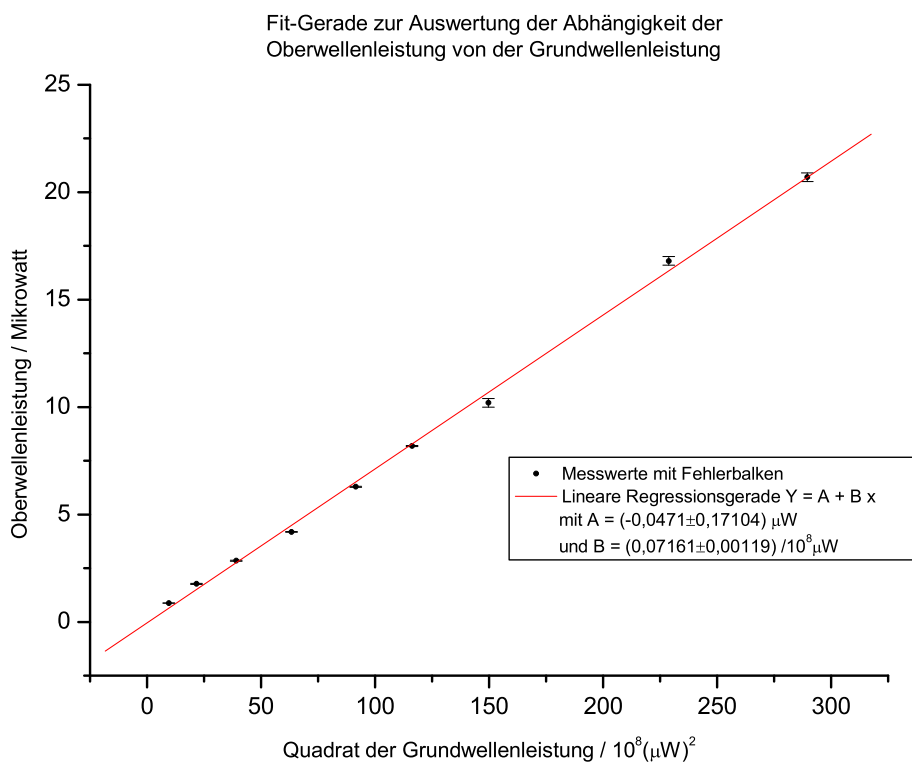


Abbildung 16: Diagramm zur Untersuchung der Relation zwischen Grund- u. Oberwellenleistung

3.6 Vergleich der Wellenlängen von Grund- und Oberwelle am Beugungsgitter

Nach dem Austritt aus dem Kristall wurden die beiden Strahlen nun mit einem großbrennweitigen Achromaten ($f = 125\text{mm}$) kollimiert, um das Reflexionsgitter auf einer möglichst großen Breite auszuleuchten. (Denn: Auflösungsvermögen \propto Anzahl beleuchteter Gitterstriche!)

Die Position der Beugungsmaxima ist wellenlängenabhängig: Beobachtet man das Maximum m -ter Ordnung, so gilt für den Beobachtungswinkel α bei Verwendung eines Gitters mit der Gitterkonstante g :

$$g \cdot \sin \alpha = m \cdot \lambda.$$

Geht man davon aus, dass die Wellenlänge des blaugrünen, frequenzverdoppelten Strahles exakt halb so groß ist wie die des infraroten, so sollte sich auf einem Schirm das m -te Maximum der Grundwelle gerade mit dem $2m$ -ten Maximum der Oberwelle überlagern. Falls die Wellenlänge jedoch aufgrund von Dispersionseffekten im Medium Luft nicht genau halbiert wird, müsste man bei möglichst langem Lichtlaufweg einen Positionsunterschied zwischen beiden Flecken erkennen können.

Leider gelang es uns nicht, eine Laufstrecke von mehr als 2,3 m zu erzielen (der Raum war zu klein...). Wir beobachteten im 1. (rechten) Nebenmaximum der Grundwelle, entsprechend dem 2. (rechten) Nebenmaximum der Oberwelle, einen etwas ausgedehnteren Infrarot-Lichtfleck (\emptyset ca. 4 mm) und einen recht kleinen blaugrünen Fleck, der sich bis auf 1 mm genau im Zentrum des Infrarot-Flecks befand (was gerade unserem Messfehler entspricht). Daraus schließen wir, dass die einfache Grundwellenlänge und die doppelte Oberwellenlänge im Rahmen unserer Messgenauigkeit übereinstimmen. Offenbar war die Versuchsanordnung mit dem Reflexionsgitter nicht in der Lage, bei dem von uns erreichten Lichtlaufweg einen Unterschied aufzulösen. Eventuell hätte sich bei einer größeren Laufstrecke ein eindeutigeres Resultat ergeben. Die Aussagekraft unseres Ergebnisses wird auch dadurch herabgesetzt, dass wir nicht beurteilen können, ob der umgelenkte Strahl beim Ablesen genau senkrecht oder eventuell leicht schräg auf die Wand (bzw. den Schirm) traf. Bei schrägem Einfall wird das Strahlprofil leicht auseinandergezogen, so dass der Lichtfleck verbreitert wird. Hinzu kommt, dass der Strahl in unserem Experiment offenbar nicht gut kollimiert war.

Im nächsten Versuchsteil soll die Frage nach der Differenz $\lambda_\omega - 2\lambda_{\omega/2}$ noch einmal mit dem Michelson-Interferometer untersucht werden.

3.7 Interferometrischer Vergleich der Wellenlängen von Grund- und Oberwelle

3.7.1 Theoretische Vorüberlegungen

Beide Strahlen - der ursprüngliche sowie der frequenzverdoppelte Anteil - werden in das Interferometer eingespeist. Der Strahlteiler in Kombination mit den ebenen Spiegeln sorgt dafür, dass sowohl der infrarote Teil als auch der sichtbare mit sich selber zur Interferenz kommen. Man beobachtet also zwei zunächst getrennte Interferenzmuster, deren Intensitäten hinter einem Blaufilter mit je einer Photodiode gemessen (der blaue Strahl in Transmission, der infrarote in Reflexion) und zusammen auf dem Bildschirm des Oszilloskops betrachtet werden können.

Da die Rayleigh-Länge um einiges größer ist als die von uns verwendeten Laufstrecken, gehen wir davon aus, dass sich die Form des Laserstrahls überall durch eine ebene Welle annähern lässt. In diesem Fall gilt für die Intensität *eines* Interferenzmusters am Ausgang des Michelson-Interferometers (siehe Abschnitt 1.5):

$$I = 4 I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2},$$

wenn beide Teilstrahlen die gleiche Intensität I_0 und die Phasendifferenz δ haben. Da zwischen Phasendifferenz und Gangunterschied $\Delta = 2 d$ die Beziehung $\delta \lambda = 2\pi \Delta$ gilt, kann man auch schreiben:

$$I = 4 I_0 \cos^2 \left(\frac{2\pi d}{\lambda} \right).$$

Das heißt, der infrarote Strahl erzeugt ein Interferenzmuster I_ω , der sichtbare entsprechend ein Muster $I_{2\omega}$ gemäß

$$I_\omega = 4 I_{0,\omega} \cos^2 \left(\frac{2\pi d}{\lambda_\omega} \right), \quad I_{2\omega} = 4 I_{0,2\omega} \cos^2 \left(\frac{2\pi d}{\lambda_{2\omega}} \right).$$

Hierbei sind $4I_{0,\omega}$ und $4I_{0,2\omega}$ konstante (aber unbekannte) Faktoren, die wir bei der folgenden Betrachtung unberücksichtigt lassen werden.

Theoretisch sollte bei der Frequenzverdopplung die Wellenlänge der Strahlung gerade halbiert werden: $\lambda_{2\omega} = \frac{1}{2}\lambda_\omega$. Damit ergibt sich für die Summe der Intensitäten gerade

$$I_{ges} \propto \cos^2 \left(\frac{2\pi d}{\lambda_\omega} \right) + \cos^2 \left(\frac{4\pi d}{\lambda_\omega} \right).$$

Man addiert also zu einem $\cos^2(x)$ einen Term mit doppeltem Argument, $\cos^2(2x)$. Der obige Ausdruck kann wegen $\lambda = 2\pi c/\omega$ umgeformt werden zu

$$I_{ges} \propto \cos^2 \left(\frac{\omega d}{c} \right) + \cos^2 \left(\frac{2\omega d}{c} \right).$$

Die graphische Darstellung dieser Summe ist in Abb. 17 zu sehen.

Dieser Verlauf entspricht tatsächlich einer von uns am Oszilloskop beobachteten Kurve. Was passiert nun, wenn das Argument des zweiten Terms relativ zum ersten eine Phasenverschiebung erhält?

Weitere plots¹ werden in den nächsten Abbildungen gezeigt.

Auch diese Verläufe konnten wir während unserer Messungen beobachten. Beim Verschieben des beweglichen Spiegels auf der optischen Schiene zeigte sich auf dem Oszilloskop eine Veränderung von der roten Kurve aus Abb. 18 zu der blauen hin und umgekehrt. Wurde der Spiegel noch weiter bewegt, so trat nach gewissen Abständen wieder das ursprüngliche Bild auf. Offenbar bewirkte das Hin- und Herschieben des Spiegels entlang der Achse einen variablen Phasenunterschied zwischen dem ersten

¹angefertigt mit Mathematica 4

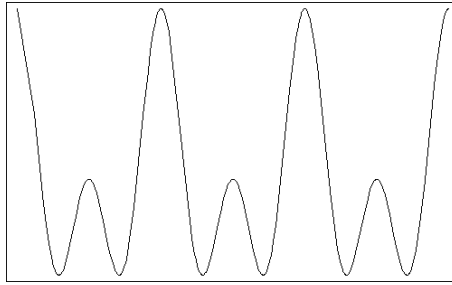


Abbildung 17: Summe aus $\cos^2(x)$ und $\cos^2(2x)$

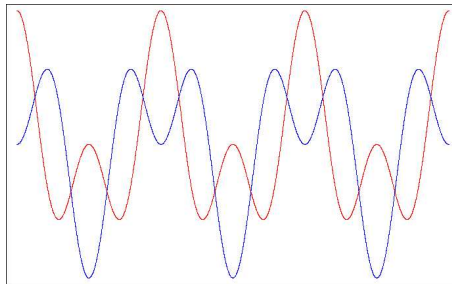


Abbildung 18: rot: Summe ohne Phasendifferenz; blau: $\cos^2(x) + \cos^2(2x + \frac{\pi}{2})$

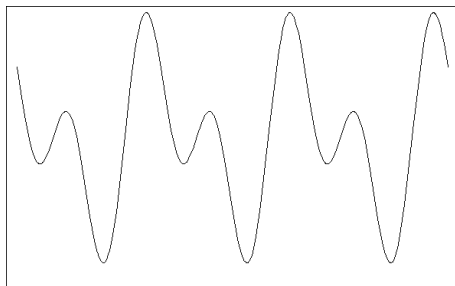


Abbildung 19: $\cos^2(x) + \cos^2(2x + \frac{\pi}{4})$

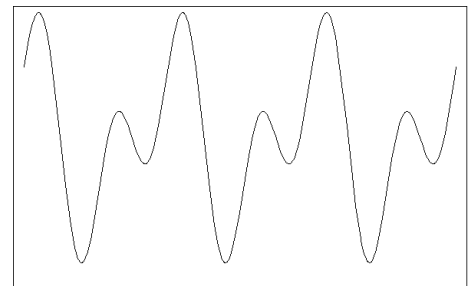


Abbildung 20: $\cos^2(x) + \cos^2(2x + \frac{3\pi}{4})$

und zweiten Summanden. Dies ist auf den ersten Blick verwunderlich, da doch Grund- und Oberwelle den gleichen zusätzlichen Weg durchlaufen müssen, wenn der Spiegel ein Stück zurückgezogen wird. Bezieht man jedoch die Dispersion in Luft mit in die Überlegungen ein, so stellt man fest, dass ja bei normaler Dispersion Licht mit kürzerer Wellenlänge eine stärkere Änderung der Phasengeschwindigkeit erfährt als längerwelliges Licht. Das bedeutet, dass dieselbe *geometrische* Wegänderung für Grund- und Oberwelle unterschiedliche *optische* Weglängendifferenzen verursacht. Gelingt es uns, zwischen den beobachteten Phasenänderungen auf dem Schirm des Oszilloskops und den durch das Verschieben des Spiegels verursachten Gangunterschieden eine Verbindung herzustellen, so kann daraus eine Abschätzung der Differenz der Brechungsindizes in Luft für beide Wellenlängen gewonnen werden. Dies ermöglicht schließlich einen Vergleich mit der in der Versuchsanleitung angegebenen Formel zur Berechnung des Brechungsindex $n(\lambda)$ aus der jeweiligen Wellenlänge.

Unter Berücksichtigung der verschiedenen Brechungsindizes für die Welle mit einfacher und doppelter Frequenz haben wir folgende Summe zu betrachten:

$$\cos^2\left(\frac{\omega n_1 d}{c}\right) + \cos^2\left(\frac{2\omega n_2 d}{c}\right).$$

Wir konstruieren nun die Bedingung für den Übergang der Darstellung von der Funktion ohne Phasenunterschied zur Funktion mit der Phasendifferenz $\pi/2$. Hierzu setzen wir die Argumente in der Cosinus²-Funktion gleich:

$$\begin{aligned} \frac{2\omega n_2 d}{c} &\equiv \frac{2\omega n_1 d}{c} + \frac{\pi}{2} \\ \Leftrightarrow 2\omega n_2 d &= 2\omega n_1 d + \frac{c\pi}{2} \\ \Leftrightarrow n_2 &= n_1 + \frac{c\pi}{4\omega d} \\ \Leftrightarrow \Delta n := n_2 - n_1 &= \frac{2\pi c}{8\omega d} \\ \Leftrightarrow \Delta n &= \frac{\lambda}{8d} \end{aligned}$$

3.7.2 Messung und Auswertung

Von einem willkürlich gewählten Ursprung aus haben wir diejenigen Spiegelpositionen gemessen, bei denen der Verlauf der Kurve gerade die Form roten oder blauen Linie aus Abb. 18 annahm. Wir haben dabei dem Graphen der Summe ohne Phasenverschiebung der Argumente die Bezeichnung a), dem anderen die Bezeichnung b) zugeordnet. Folgende Messwerte haben wir hierzu in zwei Messreihen aufgenommen:

1. Reihe Position [cm]	0	3	5,5	7,1	8,5	11,5	16	18	19,2	22,2	24,2	26,8	29
Kurve	b	a	b	a	b	a	*	a	b	a	b	a	b
2. Reihe Position [cm]	0	3	5,7	7,4	8,9	12,0	15,9	18,3	19,7	22,6	24,4	27,0	29,1

Tabelle 4: Spiegelpositionen und Zuordnung der Oszillographenbilder

Da wir die Abstände mit einem Zollstock gemessen haben und zudem die Genauigkeit dieser Messung stark beeinflusst wird durch unsere Fähigkeit, exakt den Punkt zu erkennen, an dem gerade Bild a) oder b) vorliegt, sind alle diese Positionsangaben mit einem recht großen Fehler von ca. 0,5 cm behaftet. Aus den gegebenen Werten lässt sich die Differenz der Brechungsindizes errechnen. Die Einzelwerte sind in folgender Tabelle dargestellt:

Kurve	d [cm]	Δn	$\delta_{\Delta n}$
a	3,0	$4,11 \cdot 10^{-6}$	$0,68 \cdot 10^{-6}$
b	2,5	$4,93 \cdot 10^{-6}$	$0,98 \cdot 10^{-6}$
a	1,6	$7,71 \cdot 10^{-6}$	$2,41 \cdot 10^{-6}$
b	1,4	$8,81 \cdot 10^{-6}$	$3,15 \cdot 10^{-6}$
a	3,0	$4,11 \cdot 10^{-6}$	$0,68 \cdot 10^{-6}$
*	4,5	$2,74 \cdot 10^{-6}$	$0,31 \cdot 10^{-6}$
a	2,0	$6,16 \cdot 10^{-6}$	$1,54 \cdot 10^{-6}$
b	1,2	$1,02 \cdot 10^{-5}$	$4,28 \cdot 10^{-6}$
a	3,0	$4,11 \cdot 10^{-6}$	$0,68 \cdot 10^{-6}$
b	2,0	$6,16 \cdot 10^{-6}$	$1,54 \cdot 10^{-6}$
a	2,6	$4,74 \cdot 10^{-6}$	$0,91 \cdot 10^{-6}$
b	2,2	$5,60 \cdot 10^{-6}$	$1,27 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 5: 1. Messreihe

Kurve	d [cm]	Δn	$\delta_{\Delta n}$
a	3,0	$4,11 \cdot 10^{-6}$	$0,68 \cdot 10^{-6}$
b	2,7	$4,56 \cdot 10^{-6}$	$0,84 \cdot 10^{-6}$
a	1,7	$7,25 \cdot 10^{-6}$	$2,13 \cdot 10^{-6}$
b	1,5	$8,22 \cdot 10^{-6}$	$2,74 \cdot 10^{-6}$
a	3,1	$3,97 \cdot 10^{-6}$	$0,64 \cdot 10^{-6}$
*	3,9	$3,16 \cdot 10^{-6}$	$0,40 \cdot 10^{-6}$
a	2,4	$5,14 \cdot 10^{-6}$	$1,07 \cdot 10^{-6}$
b	1,4	$8,81 \cdot 10^{-6}$	$3,15 \cdot 10^{-6}$
a	2,9	$4,25 \cdot 10^{-6}$	$0,73 \cdot 10^{-6}$
b	1,8	$6,85 \cdot 10^{-6}$	$1,90 \cdot 10^{-6}$
a	2,6	$4,74 \cdot 10^{-6}$	$0,91 \cdot 10^{-6}$
b	2,1	$5,87 \cdot 10^{-6}$	$1,40 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 6: 2. Messreihe

Dabei gilt nach dem Gesetz der Fehlerfortpflanzung (da d unsere einzige Messgröße war):

$$\delta_{\Delta n} = \sqrt{(\Delta d)^2 \cdot \left(-\frac{\lambda}{8d^2}\right)^2}.$$

Dass dadurch Δn -Fehler in der ersten Nachkommastelle entstehen, erscheint uns in Anbetracht der erwähnten hohen Messungengenauigkeit sehr angemessen.

Bildet man das gewichtete Mittel der Einzelwerte, so erhält man für die zwei Messreihen

$$\begin{aligned} 1. \text{ Messreihe:} & \quad \Delta n = 3,68 \cdot 10^{-6} \pm 0,21 \cdot 10^{-6} \\ 2. \text{ Messreihe:} & \quad \Delta n = 4,10 \cdot 10^{-6} \pm 0,24 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

Insgesamt erhalten wir für die Differenz der Brechungsindizes:

$$\Delta n = 3,87 \cdot 10^{-6} \pm 0,16 \cdot 10^{-6}.$$

Nun bleibt noch der Vergleich mit den Werten, die wir aus der im Anhang der Anleitung gegebenen Formel² erhalten:

$$10^8 (n(\lambda_{Vac}) - 1) = 8342,13 + \frac{2406030}{130 - s^2} + \frac{15997}{38,9 - s^2},$$

wobei $s = \frac{1}{\lambda_{Vac}[\mu\text{m}]}$.

Die so berechneten Werte lauten:

$$\lambda = 9870 \text{ \AA}: \quad n_1 = 1,00027419739871$$

$$\lambda = 4935 \text{ \AA}: \quad n_2 = 1,00027913457859.$$

Es ergibt sich also eine „theoretische“ Differenz von $\Delta n = 4,93717988 \cdot 10^{-6}$.

3.7.3 Diskussion der Ergebnisse und Fehlerbetrachtung

Zunächst soll nicht unerwähnt bleiben, was die Markierung * in Tabelle 4 bedeutet: In der Mitte unseres Messbereiches (bei einer relativen Spiegelposition von ca. 16 cm) entstand zunächst ein unregelmäßiges Muster, welches keiner der beiden Kurven a) und b) zugeordnet werden konnte und

²aus B.Edlen: *The Refractive Index of Air*, Metrologia **2**, 71-80 (1966)

schließlich in einen sinusförmigen Verlauf übergang. Dahinter erschienen wieder die bekannten Muster auf dem Oszilloskop.

Aus Tabelle 4 geht ebenfalls hervor, dass in beiden Messreihen die Abstände zwischen den einzelnen festgehaltenen Spiegelpositionen stark unterschiedlich sind. Dadurch erhalten wir einen weiten Bereich von Werten für Δn , der sich von $2,7417 \cdot 10^{-6}$ bis $1,0281 \cdot 10^{-5}$ erstreckt. Angesichts der großen Auswahl an Messwerten mussten wir uns bei der weiteren Auswertung für eine geeignete Vorgehensweise entscheiden. In diesem Fall haben wir die Methode der gewichteten Mittelwerte gewählt. Eine andere Möglichkeit ist die Auswahl bestimmter Messwerte und Verwerfung aller übrigen unter der Annahme, dass bestimmte Werte vertrauenswürdiger oder weniger fehlerbehaftet sind als andere. Für eine solche Auswahl fehlt uns jedoch jegliche Grundlage, denn wir haben keine Möglichkeit, anhand der Messdaten selber zu entscheiden, welche Werte „gut“ und welche „schlecht“ sind. Interessant ist jedoch, dass unsere beiden Messreihen in dieser Hinsicht sehr ähnlich sind; die Relativabstände schwanken in beinahe gleichem Maße. Ob diese zwei Reihen jedoch ausreichen, daraus Schlussfolgerungen bezüglich des Verhaltens der Abstände zu ziehen, möchten wir bezweifeln.

Zu den Messfehlern haben wir oben schon etwas gesagt. An dieser Stelle bleibt also festzustellen, dass selbst die von uns recht groß angesetzten Ablesefehler noch nicht ausreichen, um eine Übereinstimmung zwischen dem theoretisch berechneten Wert und dem gewichteten Mittelwert aus unserer Messung zu erzielen. Das kann einerseits bedeuten, dass wir unseren Fehler noch größer hätten ansetzen müssen, oder andererseits, dass die von uns gewählte Auswertungsmethode nicht die geeignetste war.

4 Literaturangaben

Zur Vorbereitung auf diesen Versuch haben wir folgende Literatur verwendet:

- Meschede: Optik, Licht und Laser
- Pedrotti: Optik - eine Einführung
- Milonni/Eberly: LASER
- Young: Laseroptik
- diverse Webseiten

5 Anhang

Abbildungsverzeichnis

1	Rückstellfedermodell	3
2	Ablenkung des außerordentlichen Strahls	3
3	Interferenz am Doppelspalt	10
4	Beugung an zwei benachbarten Gitterspalten	11
5	Michelson-Interferometer	12
6	Michelson-Interferometer äquivalente Darstellung	13
7	Eigenschaften des Gauß-Strahls	17
8	Schematischer Versuchsaufbau des Michelson-Interferometers	21
9	Diagramm unserer gesamten Messreihe der Grundwellenleistung	24
10	Geradenfit an die Messpunkte oberhalb der Laserschwelle	25
11	Graphische Darstellung unserer Messreihe zur Temperaturabhängigkeit	27
12	Graphische Darstellung unserer Messreihe zur Diodenstromabhängigkeit der Oberwelle	28
13	Polynom-Fit an die Messwerte oberhalb der Laserschwelle	29
14	Korrelation von Grund- und Oberwellenleistung oberhalb der Laserschwelle	30
15	Diagramm mit allen Messwerten oberhalb der Schwelle	31
16	Diagramm zur Untersuchung der Relation zwischen Grund- u. Oberwellenleistung	31
17	Summe aus $\cos^2(x)$ und $\cos^2(2x)$	34
18	rot: Summe ohne Phasendifferenz; blau: $\cos^2(x) + \cos^2\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$	34
19	$\cos^2(x) + \cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$	34
20	$\cos^2(x) + \cos^2\left(2x + \frac{3\pi}{4}\right)$	34

Tabellenverzeichnis

1	Eichmessungen für den Abschwächeraufsatz	22
2	Messreihe zur Grundwellenleistung	23
3	Messreihe zur Oberwellenleistung	27
4	Spiegelpositionen und Zuordnung der Oszillographenbilder	35
5	1. Messreihe	35
6	2. Messreihe	36