

Protokoll zu

Versuch E-111 Jamin-Interferometer

Fortgeschrittenen-Praktikum Teil I
Wintersemester 2002/2003

Von
Jan Stillings, Kathrin Valerius

Semesterzahl: 7
Hauptfach: Physik
Gruppe α 2

Assistent: Stefan Höffgen
Datum: 03.11.2002

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel des Versuchs	3
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Beschreibung der Dispersion	3
2.2	Pellin-Broca-Prisma	5
2.3	Jamin-Interferometer	6
3	Versuchsaufbau	8
3.1	Optischer Versuchsaufbau	8
3.2	Gassystem	9
4	Versuchsdurchführung	10
4.1	Justierung des optischen Systems	10
4.2	Durchführung der Messung	10
5	Versuchsauswertung und Messergebnisse	11
5.1	Bestimmung des Brechungsindex von Argon	11
5.2	Korrektur auf Normalbedingungen	12
5.3	Bestimmung von f_0, ν_0	12
5.4	Berechnung der statischen Dielektrizitätszahl	14
6	Schlussbemerkung und Referenzen	15
6.1	Fazit	15

1 Ziel des Versuchs

Im Versuch soll mit Hilfe des Jamin-Interferometers die Dispersionskurve des Edelgases Argon im sichtbaren Spektralbereich ausgemessen werden. Außerdem wird mittels der Dispersionrelation die Frequenz und Oszillatorstärke der ersten Resonanz des Argon bestimmt und die statische Dielektrizitätskonstante ε aus den Messwerten berechnet.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Beschreibung der Dispersion

Unter Dispersion versteht man allgemein die Abhängigkeit der Brechzahl eines Dielektrikums von der Frequenz bzw. Wellenlänge des eingestrahlten Lichts. Wir wollen hier einen funktionalen Zusammenhang für diese Abhängigkeit finden. Zur theoretischen Betrachtungen stellen wir drei Anforderungen an das dielektrische Medium:

- Das Medium sei isotrop und die Teilchen liegen genügend weit auseinander, um sich nicht gegenseitig zu beeinflussen,
- das Medium besitze kein permanentes Dipolmoment und
- die Elektronen im Medium führen gedämpfte harmonische Schwingungen um ihre Ruhelage aus.

Ein Elektron befindet sich im Potential des Coulomb-Feldes eines Kerns, sowie im Zentrifugalpotential, das aus seiner Bewegung resultiert. Beide zusammen lassen sich als Parabel-Potential annähern. Wird an das Medium ein elektromagnetisches Feld angelegt, so wirkt auf ein Elektron die Lorentz-Kraft:

$$\vec{F}_L = -e \left(\vec{E} + \frac{1}{c} (\vec{v} \times \vec{B}) \right)$$

Aus der Elektrodynamik ist bekannt, dass $|\vec{E}| = |\vec{B}|$ gilt. Da die Geschwindigkeit des Elektrons sehr klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit ist ($v \ll c$), kann der vom Magnetfeld \vec{B} abhängige Teil der Summe vernachlässigt werden und wir erhalten vereinfacht:

$$\vec{F}_L = -e \cdot \vec{E}$$

Analog zur klassischen Mechanik erhält man die Schwingungsdifferentialgleichung einer angeregten harmonischen Schwingung:

$$m \ddot{\vec{r}} + \gamma \dot{\vec{r}} + m_e \omega_0^2 \vec{r} = e \cdot \vec{E}$$

Hierin beschreibt γ die Dämpfung der Schwingung des Elektrons. Zur Lösung setzen wir $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$ und erhalten damit:

$$\vec{r}(t) = \frac{e}{m_e \omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \vec{E}(t)$$

Die Dämpfung taucht hier als komplexer Term im Nenner auf, der die Resonanzkatastrophe unterbindet. Da im feldfreien Zustand nach Definition kein Dipolmoment vorhanden ist, wird durch die Auslenkung eines erzeugt. Es hat für das n-te Elektron die Größe

$$\vec{p}_n = -e\vec{r}_n = \frac{e^2}{m \omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \vec{E}_{atomar}(t)$$

Durch Summation über alle N Elektronen unter Berücksichtigung der verschiedenen Resonanzfrequenzen ω_n , die aus den unterschiedlichen Bahnradien resultieren, ergibt sich für die Gesamtpolarisation:

$$\vec{P} = \frac{Ne^2}{m} \sum_{n=1}^N \frac{f_n}{\omega_{0n}^2 - \omega^2 - i\gamma_n\omega} \vec{E}_{atomar}(t)$$

Die Faktoren f_n sind klassisch gesehen dimensionslose Gewichtungsfaktoren, die ein Maß für die Wahrscheinlichkeit des Mitschwingens eines Elektrons bei einer bestimmten Anregungsfrequenz sind. Die Faktoren werden als Oszillatorstärke bezeichnet. Ist die Frequenz des angelegten Feldes kleiner als die Eigenfrequenz des Oszillators, so schwingen beide in Phase, die Ladung schwingt in Richtung des elektrischen Feldes. Ist jedoch die Anregungsfrequenz größer, so schwingt das Elektron um 180° phasenverschoben. Für die Polarisation isotroper Medien gilt allgemein:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}_{anregung},$$

wobei ε_0 die Dielektrizitätskonstante des Vakuums und χ die magnetische Suszeptibilität bezeichnen. Man erhält letztere aus der dielektrischen Konstante κ durch $\chi = \kappa - 1$.

Die beiden elektrischen Felder $\vec{E}_{anregung}$ und \vec{E}_{atomar} haben einen funktionalen Zusammenhang, den LORENTZ hergeleitet hat. Dieser gilt sowohl für statische, als auch für zeitabhängige Felder:

$$\vec{E}_{atomar} = \vec{E}_{anregung} + \frac{1}{3\varepsilon_0} \vec{P}$$

Mit Hilfe dieser Gleichung lässt sich \vec{E}_{atomar} eliminieren und wir erhalten für die Gesamtpolarisation

$$\vec{P} = \frac{\frac{N\alpha}{\varepsilon_0}}{1 - \frac{N\alpha}{3\varepsilon_0}} \varepsilon_0 \vec{E}_{anregung} \quad \text{mit} \quad \alpha = \frac{e^2}{m} \sum_{n=1}^N \frac{f_n}{\omega_{0n}^2 - \omega^2 - i\gamma_n\omega}$$

Ferner gilt:

$$\kappa = n^2 = 1 + \chi = 1 + \frac{\frac{N\alpha}{\varepsilon_0}}{1 - \frac{N\alpha}{3\varepsilon_0}}$$

Hieraus ergibt sich die LORENTZ-LORENZsche Formel:

$$R := \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{Ne^2}{3\varepsilon_0 m_e} \sum_{n=1}^N \frac{f_n}{\omega_{0n}^2 - \omega^2 - i\gamma_n\omega}$$

Aus der Näherung

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \approx \frac{(n+1)(n-1)}{3} \approx \frac{2}{3}(n-1)$$

erhalten wir eine Bestimmungsgleichung für die Brechzahl n :

$$n = 1 + \frac{Ne^2}{2\varepsilon_0 m_e} \sum_{n=1}^N \frac{f_n}{\omega_{0n}^2 - \omega^2 - i\gamma_n\omega}$$

Die Brechzahl lässt sich außerdem in einen reellen und einen komplexen Anteil aufspalten, nämlich den **Brechungsindex**

$$n_R = 1 + \frac{Ne^2}{2\varepsilon_0 m_e} \sum_{n=1}^N \frac{f_n(\omega_{0n}^2 - \omega^2)}{(\omega_{0n}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_n^2 \omega^2}$$

und den komplexen **Absorptionskoeffizienten**

$$\mu = \frac{Ne^2}{2\varepsilon_0 m_e} \frac{4\pi}{\lambda} \sum_{n=1}^N \frac{f_n \omega \gamma_n}{(\omega_{0n}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_n^2 \omega^2}$$

Man unterscheidet die Dispersion in normale und anomale Dispersion. Normale Dispersion liegt vor, wenn $\frac{\partial n}{\partial \omega} > 0$ gilt. Andernfalls haben wir anomale Dispersion und die Absorption wird maximal.

Zur Vereinfachung der Bestimmungsgleichung lassen sich folgende experimentelle Näherungen benutzen:

- Die Frequenzen des sichtbaren Lichts liegen weit genug von der kritischen Resonanzstelle bei $\nu = 4,2371 \cdot 10^{15}$ Hz entfernt. Daher kann der Dämpfungsterm vernachlässigt werden.
- Die nächsten Resonanzfrequenzen liegen sehr weit von der betrachteten Resonanzstelle entfernt. Daher muss nur das erste Glied der Summation betrachtet werden.
- Schon verwendet bei der letzten Näherung in der Theorie wurde, dass der Brechungsindex von Gasen bei $n \approx 1$ liegt. Daher gilt $R \approx \frac{2}{3}(n - 1)$.

Mit $\omega = 2\pi\nu$ erhalten wir eine anwendbare Bestimmungsgleichung für den Brechungsindex:

$$n(\nu) = 1 + \frac{Ne^2}{8\pi\varepsilon_0 m_e} \cdot \frac{f_0}{\nu_0^2 - \nu^2}$$

2.2 Pellin-Broca-Prisma

Das Pellin-Broca-Prisma gehört zur Gruppe der Dispersionsprismen. Bei Dispersionsprismen ist der Ablenkungswinkel δ abhängig von der Frequenz des eingestrahlteten Lichtes. Daher wurden Prismen schon früh zur Erzeugung von farbigem Licht verwendet. Die Anteile verschiedener Wellenlängen aus weißem Licht werden unterschiedlich abgelenkt und man erhält so verschiedenfarbige Lichtstrahlen.

In Abbildung 1 ist der Aufbau, sowie der Strahlengang durch ein Pellin-Broca-Prisma in der Draufsicht dargestellt. Es ist ein Dispersionprisma mit konstanter Ablenkung, das hauptsächlich in der Spektroskopie verwendet wird und dort sehr weit verbreitet ist. Man kann sich das Prisma aus 3 Einzelprismen zusammengesetzt vorstellen, wobei zwei 30°-60°-90°-Prismen und ein 45°-45°-90°-Prisma kombiniert werden.

Im Bild dargestellt ist der Strahlverlauf eines monochromatischen Lichtstrahls einer bestimmten Wellenlänge λ , der das Teilprisma DAE symmetrisch durchläuft, um danach an der Seitenfläche AB im 45°-Winkel reflektiert zu werden. Nach der Reflektion durchläuft er symmetrisch das Prisma BCD um schließlich an der Fläche CD , unter Brechung in die endgültige Lage, auszutreten. Der Gesamtablenkungswinkel des Lichtstrahls beträgt 90°. Alle Lichtstrahlen anderer Wellenlänge verlassen, in dieser Prismenposition, unter anderen Winkeln das Prisma.

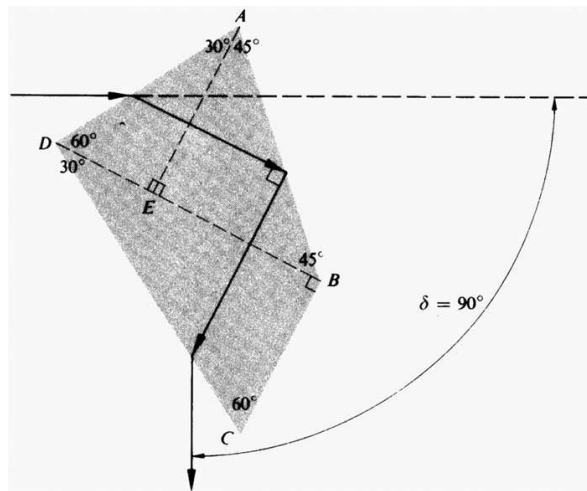


Abbildung 1: Pellin-Broca-Prisma mit Strahlengang

Dreht man das Prisma um eine Achse senkrecht zur Strahlebene, so werden Strahlen einer anderen Wellenlänge um 90° abgelenkt, woher der Begriff der konstanten Ablenkung stammt. Man kann also das Prisma dazu nutzen nur Licht einer bestimmten Wellenlänge in das Beobachtungssystem einzustrahlen, das im rechten Winkel zur Lichtquelle stehen muss. Durch Drehung des Prismas lässt sich somit bequem Licht der zu betrachtenden Wellenlänge auswählen.

2.3 Jamin-Interferometer

Das Jamin-Interferometer, in der Literatur auch als Jaminrefraktor bezeichnet, besteht aus zwei optisch gleichen, mehrere Zentimeter starken, spannungsfreien Planparallelplatten, deren Rückseite verspiegelt ist. Zwischen den beiden Glasplatten sind zwei parallele Küvetten angeordnet, die die zu analysierende Substanz beinhalten. In Abbildung 2 ist der prinzipielle Aufbau und der Strahlengang eines Jamin-Interferometers gezeichnet.

Die Glasplatte $G1$ wird senkrecht so aufgestellt, dass das Licht unter einem Einfallswinkel α auf die Platte trifft. An der Glasplatte wird der einfallende Lichtstrahl zu 5% direkt in die erste Küvette reflektiert und zu 95% in die Glasplatte transmittiert. An der Grenzschicht wird er gebrochen, von der Rückwand reflektiert und erfährt an der vorderen Ebene wieder eine Aufspaltung. 90% der Eingangsintensität verlassen hier die Platte und strahlen parallel zum ersten Teilstrahl in die zweite Küvette. Alle zusätzlich entstehenden Strahlen aus der Glasplatte werden mit einer Blende an der Küvette ausgeblendet.

Durch Änderung des Einfallswinkel lässt sich der Abstand der Strahlenbündel zwischen den Glasplatten variieren. Die Glasplatte $G2$ wird nun parallel zu $G1$ aufgestellt und leicht gedreht (Winkel δ), so dass ein Interferenzmuster aus möglichst wenigen horizontalen Streifen entsteht.

An der zweiten Glasplatte werden wieder 0,25% der Eingangsintensität reflektiert und wieder ein Anteil transmittiert, gebrochen, an der Rückseite reflektiert und an der Vorderseite aufgespalten. Das gleiche geschieht mit dem zweiten Parallelstrahl. Wie in der Zeichnung erkennbar entstehen also mehr als 4 Ausgangsstrahlen, von denen aber nur einer zu vermessen ist. Alle Strahlen außer dem zweituntersten in der Zeichnung sind auszublenzen. Dieser Strahl ist gerade interessant, da er sich aus der Überlagerung der beiden Parallelstrahlen aus der Küvette zusammensetzt. Außerdem werden gerade ähnlich große

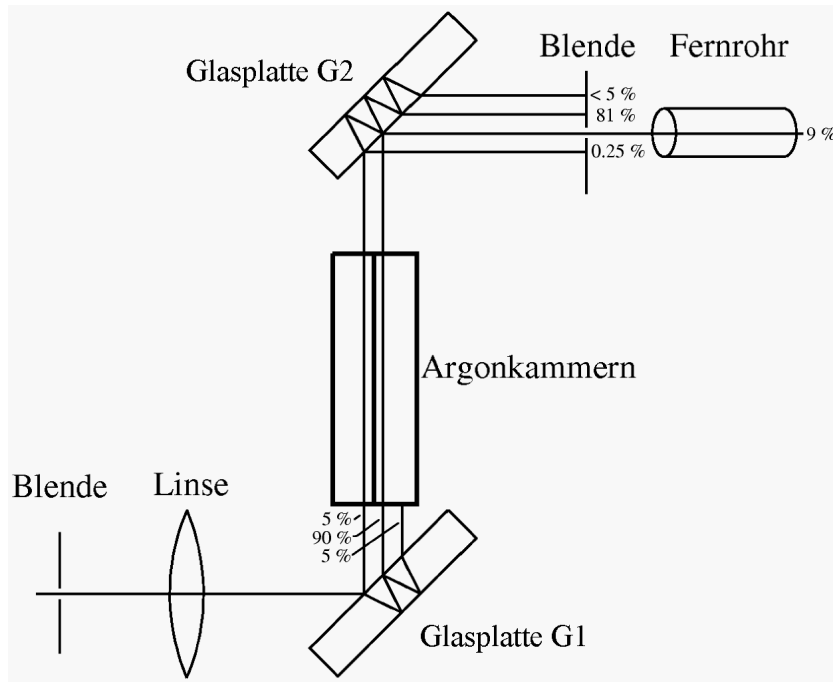


Abbildung 2: Aufbau eines Jamin-Interferometers

Intensitäten der Strahlen überlagert, so dass das gewünschte Interferenzmuster entsteht. Für den Gangunterschied der beiden Teilstrahlen gilt

$$\gamma = m \cdot \lambda = d \cdot \frac{\sin(2\alpha)}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \cdot \delta.$$

Hierbei ist d die Dicke der Glasplatten, α der Einfallswinkel des Lichtstrahls und δ der Winkel, um den $G2$ zu $G1$ gedreht wird. Je nach Einstellung von δ kann m positive oder negative Werte annehmen.

Wird nun in einer der Küvettenkammern der Brechungsindex n geändert, so beobachtet man, dass die Interferenzstreifen wandern. Aus der Anzahl der Streifen Δm , um die sich das Interferenzmuster verschiebt, erhält man eine Bedingung für die Änderung des Brechungsindex:

$$\Delta n = \Delta m \cdot \frac{\lambda}{s} \quad \text{mit } s = \text{Kammerlänge.}$$

3 Versuchsaufbau

Die Versuchsanordnung lässt sich zur Beschreibung zweckmäßig in zwei Komponenten aufteilen: Einerseits das optische Beobachtungssystem und andererseits das Gassystem. Die beiden Komponenten können unabhängig voneinander betrachtet werden.

3.1 Optischer Versuchsaufbau

Der Aufbau des optischen Teils des Versuchs ist schematisch, inklusive des Strahlengangs, in Abbildung 3 dargestellt.

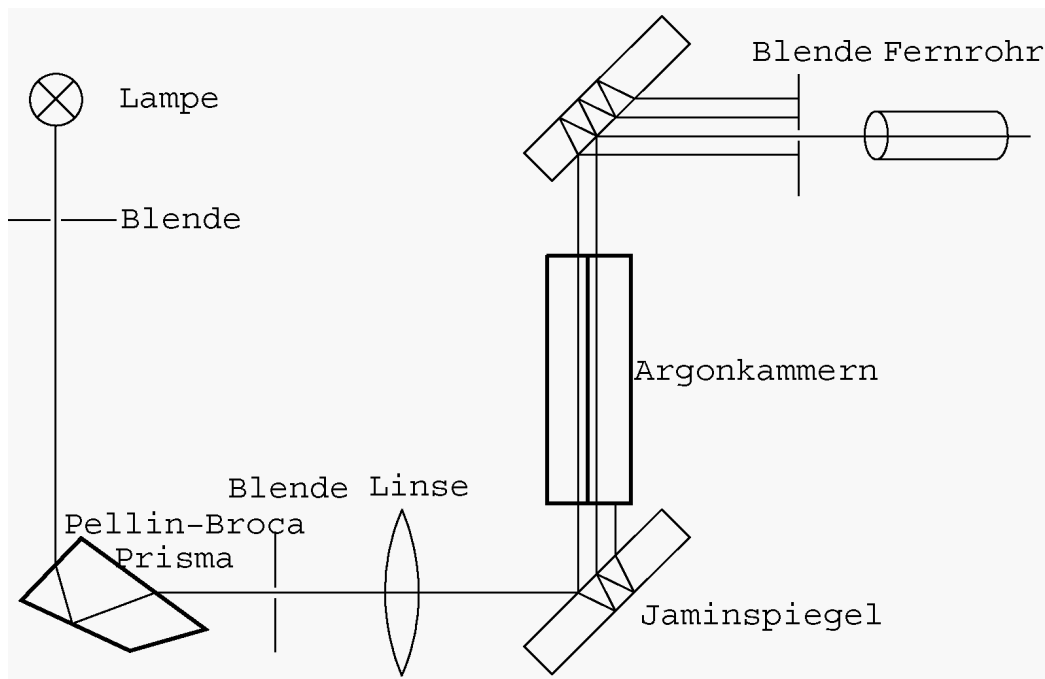


Abbildung 3: optischer Versuchsaufbau

Als Lichtquellen dienen wahlweise eine Quecksilber- oder eine Cadmium-Dampfampe, die, zur Verringerung von Streulicht, in einem Holzkasten mit einem Beleuchtungsspalt stehen. Zur zusätzlichen Strahlbegrenzung wird eine Blende in den Strahlengang eingefügt. Danach passiert der Lichtstrahl ein Pellin-Broca-Prisma, mit dem die Auswahl der entsprechenden Wellenlänge durchgeführt wird. Strahlen anderer Wellenlängen, die das Prisma unter einem Winkel ungleich 90° verlassen, werden mit einer Blende abgeschirmt, die den Strahl zusätzlich kollimiert.

Der selektierte Strahl wird mittels einer Linse derart fokussiert, dass in der Mitte der Messküvetten ein scharfes Bild des Kollimatorspaltes entsteht. Damit wird sichergestellt, dass keine zusätzlichen Interferenzerscheinungen durch Wandreflektionen in der Küvette entstehen. Hinter der Linse folgt das eigentliche Jamin-Interferometer so, wie es in Abschnitt 2.3 beschrieben wurde.

Die Beobachtung des Interferenzmusters erfolgt durch ein Fernrohr, das auf unendliche Brennweite eingestellt wird. Im Fernrohr befindet sich ein Fadenkreuz, welches die spätere Strichzählung erleichtert.

3.2 Gassystem

Das Gassystem dient der Versorgung der Messkammern mit Argon-Gas und der Evakuierung der Kammern. Der schematische Aufbau ist in Abbildung 4 skizziert.

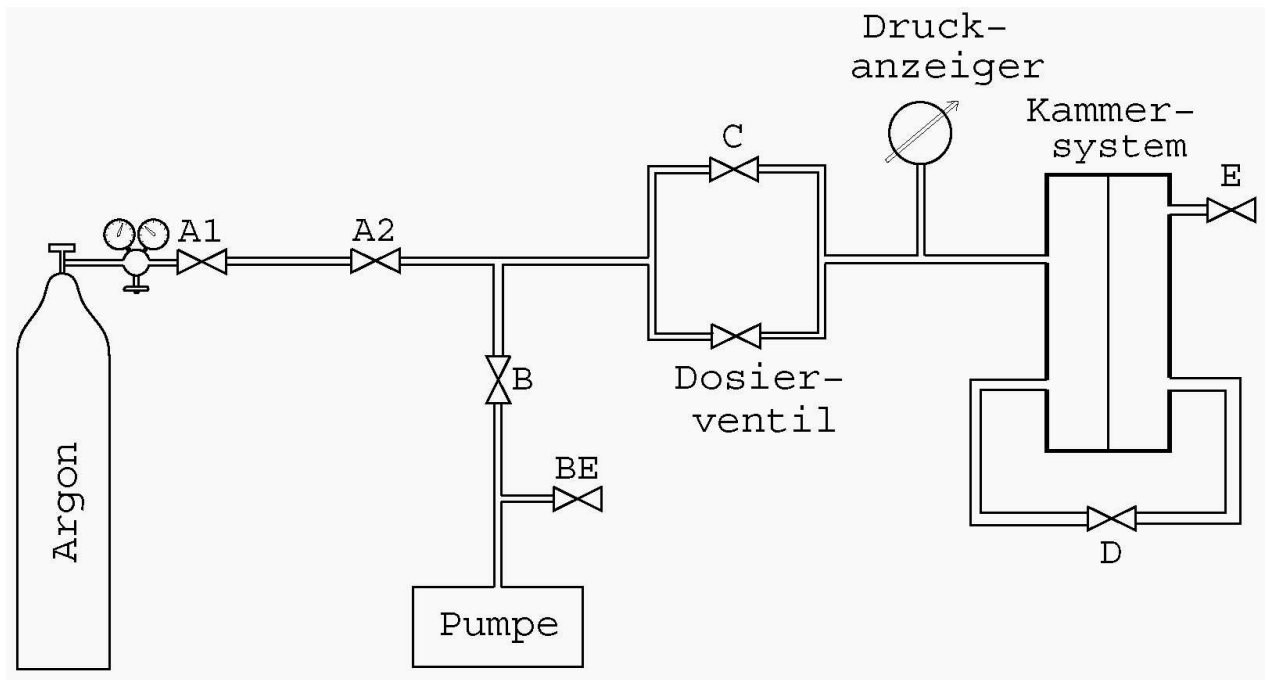


Abbildung 4: Schema des Gassystems

An das Gassystem ist eine Argon-Flasche angeschlossen, an der sich zwei Ventile ($A1$) befinden. Über einen Schlauch ist die Flasche mit dem Versuchstisch verbunden, an dem alle restlichen Ventile zentral angeordnet sind. Den Zulauf von Argon kontrolliert das Ventil $A2$. Über Ventil B ist eine Vakuumpumpe an das Gassystem angeschlossen, mit der das Argon-Gas aus den Kammern evakuiert werden kann. Der Zu- bzw. Abfluss aus/in das Kammer-system kann über zwei verschiedene Ventile gesteuert werden. Ventil C dient der Grobsteuerung, zu dem sich parallel das *Dosier-ventil* befindet, mit dem sich die Evakuierung fein regeln lässt.

Zwischen Kammer und den Ventilen befindet sich ein Druckanzeiger, mit dem der Druck in einer oder beiden Kammern gemessen wird. Der Druckanzeiger ist gasartabhängig, weshalb am Versuchsplatz eine Eichkurve ausliegt. Die beiden Gasküvetten des Kammer-systems sind über das Ventil D verbunden, das entsprechend der Befüllung oder Evakuierung einer Kammer geöffnet oder geschlossen werden kann. Das Gassystem kann über das Ventil B belüftet werden.

4 Versuchsdurchführung

4.1 Justierung des optischen Systems

Vor Beginn ist das optische System entsprechend der in Abschnitt 2.3 beschriebenen Anforderungen zu justieren. Zu Anfang stellten wir die Hg-Dampflampe in den vorgesehenen Holzkasten und richteten sie so aus, dass das ausgestrahlte Licht die maximale Intensität erreicht. Danach drehten wir das Pellin-Broca-Prisma so, dass auf dem folgenden Beleuchtungsspalt, bei abgedunkeltem Raum, die Spektrallinien erschienen. Zur Justierung verwendeten wir die grüne Quecksilber-Linie, da diese besonders deutlich zu sehen ist. Das Prisma ist also so zu drehen, dass die Linie zentriert auf dem Kollimatorspalt liegt.

Das Kammeresystem lässt sich aus dem Versuch entfernen, um festzustellen, ob die Linse den Lichtstrahl auf die Mitte des Kammeresystems fokussiert. Gegebenenfalls ist die Linse entsprechend zu verschieben. Zum Schluss sind die Jamin-Spiegel so aufeinander auszurichten, dass im Fernrohr das gesuchte Interferenzmuster gut sichtbar wird. Wir haben danach noch einmal das Pellin-Broca-Prisma und die Stellung der Hg-Dampflampe so angepasst, dass die Intensität im Fernrohr maximal wurde.

4.2 Durchführung der Messung

Zuerst müssen die beiden Argon-Kammern und das restliche Gassystem mit Argon 5 Minuten durchgespült werden, um Verunreinigungen im System durch rückgeflossene Luft von außen zu entfernen. Dabei gleicht sich außerdem der Druck in den beiden Kammern dem Umgebungsdruck an, der an einem Barometer im Versuchsraum abgelesen werden kann. Ist dieser Vorgang beendet, werden die Zulaufventile $A1$ und $A2$ und danach das Lüftungsventil E geschlossen. Die Einhaltung dieser Reihenfolge ist wichtig, um einen Überdruck im Kammeresystem zu vermeiden. Die Kammern werden durch Schließen des Ventils D getrennt und außerdem Ventil C und das *Dosierventil* geschlossen.

Nun beginnt der eigentliche Messvorgang. Bei laufender Vakuumpumpe wird Ventil B geöffnet. Danach kann man bei langsamer Öffnung des *Dosierventils* die Wanderung der Streifen beobachten und die vorbeilaufenden Streifen zählen. Zweckmäßig ist, dass der Beobachter immer zehn Linien zählt und der Partner einen Strich für alle zehn Linien macht. Danach kann man dann die Linienzahl zusammenzählen und verhindert so ein unnötiges Verzählen, das bei dieser Linienanzahl durchaus auftreten kann. Es wird so lange gezählt, bis die Linien nicht mehr weiter wandern und das *Dosierventil* vollständig geöffnet ist. Danach kann man, bei zusätzlicher Öffnung des Ventils C , noch 3-5 weitere Linien zählen. Ist dies ebenfalls abgeschlossen, kann man Ventil B wieder schließen und den Kammerdruck der evakuierten Kammer ablesen.

Zur Messung der Wiederholungen und der anderen Linien muss die evakuierte Kammer zunächst wieder geflutet werden. Hierzu schließt man Ventil C und das *Dosierventil* und führt einen Druckausgleich durch Öffnen des Ventils D durch. Flutet man nun die Kammern mit Hilfe des *Dosierventils* statt mit Ventil C und lässt Ventil E geschlossen, so kann man sich einen unnötigen Lufteinbruch in das System ersparen. Es ist dabei jedoch auf den Druckanzeiger zu achten, um keinen Überdruck in der Kammer zu erzeugen. Kurz vor Erreichen des Umgebungsdrucks muss dann Ventil E geöffnet werden und weiter über Ventil C mit Argon durchgespült werden. Dabei reichen jetzt aber vor der nächsten Messung ca. 2 Minuten aus.

Zu jeder Messung sind die Temperatur in den Kammern und der Umgebungsdruck abzulesen.

5 Versuchsauswertung und Messergebnisse

5.1 Bestimmung des Brechungsindex von Argon

Wir wollen zunächst mit dem Jamin-Interferometer den Brechungsindex von Argon bestimmen. Hierzu benötigen wir eine Bestimmungsgleichung, die sich aus der optischen Weglänge der Gasküvetten ergibt:

$$l_{opt} = n \cdot l$$

wobei l die Kammerlänge ist. Pumpet man nun aus einer Küvette das Argon heraus, so erhält man die optische Wegdifferenz

$$l_{opt}^{Ar} - l_{opt}^{Vak} = (n - 1) \cdot l.$$

Die Differenz der optischen Weglängen entspricht aber gerade $m \cdot \lambda$, wobei m die Anzahl der vorbeilaufenden Maxima ist. Nach Umformung erhält man die gesuchte Bestimmungsgleichung

$$n - 1 = \frac{m \cdot \lambda}{l}.$$

Nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung ergibt sich der Fehler

$$\Delta(n - 1) = \sqrt{\left(\frac{\lambda \Delta m}{l}\right)^2 + \left(\frac{m \Delta \lambda}{l}\right)^2 + \left(\frac{m \lambda \Delta l}{l^2}\right)^2}.$$

Somit können wir auf einfache Weise aus den Messdaten den Brechungsindex errechnen. Die Länge der Küvette haben wir mit $l = (367 \pm 2)$ mm gemessen und die Wellenlängen sind in der Versuchsbeschreibung angegeben (leider ohne Fehlerangabe). Die Fehler für die Anzahl der gezählten Striche haben wir abgeschätzt, wobei bei der gelben Hg-Linie das Muster zeitweise so stark verschwand, dass wir einen höheren Fehler annehmen mussten. Messwerte und Ergebnisse sind in Tabelle 1 zusammengefasst.

Linie	λ/nm	p/mbar	$T/^\circ\text{C}$	m	$n - 1$	$(n - 1)_0$
Hg grün	546,07	$1006,00 \pm 0,01$	$18,56 \pm 0,01$	168 ± 7	$2,50 \pm 0,11$	$2,69 \pm 0,27$
	546,07	$1006,00 \pm 0,01$	$18,56 \pm 0,01$	173 ± 7	$2,57 \pm 0,11$	$2,77 \pm 0,27$
Hg gelb	578,01	$1007,50 \pm 0,01$	$18,52 \pm 0,01$	167 ± 15	$2,63 \pm 0,24$	$2,82 \pm 0,28$
	578,01	$1007,50 \pm 0,01$	$18,60 \pm 0,01$	161 ± 15	$2,54 \pm 0,24$	$2,72 \pm 0,28$
Hg indigoblau	435,83	$1007,50 \pm 0,01$	$18,86 \pm 0,01$	224 ± 7	$2,66 \pm 0,08$	$2,86 \pm 0,28$
	435,83	$1007,50 \pm 0,01$	$19,12 \pm 0,01$	223 ± 7	$2,65 \pm 0,08$	$2,85 \pm 0,28$
Cd rot	643,85	$1007,50 \pm 0,01$	$19,30 \pm 0,01$	150 ± 7	$2,63 \pm 0,12$	$2,83 \pm 0,28$
	643,85	$1007,50 \pm 0,01$	$19,40 \pm 0,01$	150 ± 7	$2,63 \pm 0,12$	$2,83 \pm 0,28$
Cd grün	508,58	$1007,50 \pm 0,01$	$19,43 \pm 0,01$	189 ± 7	$2,62 \pm 0,10$	$2,82 \pm 0,28$
	508,58	$1007,50 \pm 0,01$	$19,46 \pm 0,01$	190 ± 7	$2,63 \pm 0,10$	$2,84 \pm 0,28$
Cd blau 1	479,99	$1007,50 \pm 0,01$	$19,47 \pm 0,01$	201 ± 7	$2,63 \pm 0,09$	$2,83 \pm 0,28$
	479,99	$1007,50 \pm 0,01$	$19,53 \pm 0,01$	202 ± 7	$2,64 \pm 0,09$	$2,85 \pm 0,28$
Cd blau 2	467,88	$1007,50 \pm 0,01$	$19,56 \pm 0,01$	205 ± 7	$2,61 \pm 0,09$	$2,82 \pm 0,28$
	467,88	$1007,50 \pm 0,01$	$19,57 \pm 0,01$	202 ± 7	$2,58 \pm 0,09$	$2,78 \pm 0,28$

Tabelle 1: Ergebnisse der Brechungsindex-Bestimmung

5.2 Korrektur auf Normalbedingungen

Um die Messwerte untereinander und mit anderen Messungen vergleichbar zu machen, müssen die Werte auf Normalbedingungen normiert werden. Dies ist notwendig, da die Teilchenzahldichte N , von der der Brechungsindex abhängt, von Druck und Temperatur bestimmt wird. Die Normalbedingungen entnehmen wir aus der Versuchsanleitung: $p_0 = 1013,25$ mbar und $T_0 = 273,15$ K. Unter diesen Bedingungen ergibt sich die Teilchenzahldichte

$$N_0 = \frac{p_0}{k_B T_0} = 2,687 \cdot 10^{25} \text{ Teilchen/m}^3.$$

Mit Hilfe des idealen Gasgesetzes lässt sich $(n - 1)$ auf Normalbedingungen normieren:

$$(n - 1)_0 = \frac{p_0 T}{p T_0} (n - 1).$$

Der Fehler des normierten Messwertes hängt nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung vom ursprünglichen Fehler des Messwertes, vom Temperatur- und Druck-Messfehler ab:

$$\Delta(n - 1)_0 = \sqrt{\left(\frac{(n - 1)\Delta T}{p}\right)^2 + \left(\frac{T(n - 1)\Delta p}{p^2}\right)^2 + \left(\frac{T\Delta(n - 1)}{p}\right)^2}.$$

Die Ergebnisse der Normierung befinden sich in der rechten Spalte von Tabelle 1.

Aus den Einzelwerten lässt sich nach Normierung der Mittelwert bilden. Der Fehler des Mittelwertes entspricht der Standardabweichung:

$$(n - 1)_{Ar} = 0,000281 \pm 0,000028$$

Nach [4] liegt der Brechungsindex von Argon zu Normalbedingungen bei

$$n_{Ar}^{Lit} = 1,000283.$$

Ein Vergleich ist nur bedingt aussagekräftig, da die Addition von 1 einer theoretischen Näherung entspricht. Führen wir es dennoch aus, so treffen wir bei unserer Messung den Literaturwert mit einer erstaunlich großen Genauigkeit. Der theoretische Wert liegt dann gut innerhalb der Fehlergrenzen unseres Messwertes.

5.3 Bestimmung von f_0 , ν_0

Wie am Ende des Abschnitts 2.1 hergeleitet, gilt der Zusammenhang

$$\frac{1}{(n - 1)_0} = \frac{8\pi^2 \epsilon_0 m_e}{N_0 e^2 f_0} (\nu_0^2 - \nu^2).$$

Trägt man $1/(n - 1)_0$ gegen ν^2 auf und erstellt mit Hilfe gewichteter linearer Regression eine Ausgleichsgerade, die durch $y = A + B \cdot x$ bestimmt wird, kann man aus den Koeffizienten A und B die Oszillatorstärke f_0 und daraus die Absorptionsfrequenz ν_0 bestimmen. Hierzu müssen die Wellenlängen in Frequenzen umgerechnet und quadriert werden, sowie die Kehrwerte von $(n - 1)_0$ gebildet werden. Die Messergebnisse ergeben sich dann wie in Tabelle 2 dargestellt. Abbildung 5 zeigt den zugehörigen Graphen mit der Ausgleichsgeraden der gewichteten linearen Regression.

Linie	ν^2/THz^2	$\frac{1}{(n-1)_0}$
HG grün	301416 301416	3719 ± 374 3612 ± 358
HG gelb	269025 269025	3540 ± 355 3671 ± 375
HG indigoblau	473183 473183	3496 ± 340 3509 ± 341
Cd rot	216817 216817	3529 ± 346 3528 ± 346
Cd grün	347492 347492	3544 ± 347 3525 ± 344
Cd blau 1	390121 390121	3531 ± 345 3513 ± 342
Cd blau 2	410577 410577	3550 ± 348 3603 ± 355

Tabelle 2: Umgerechnete Messwerte

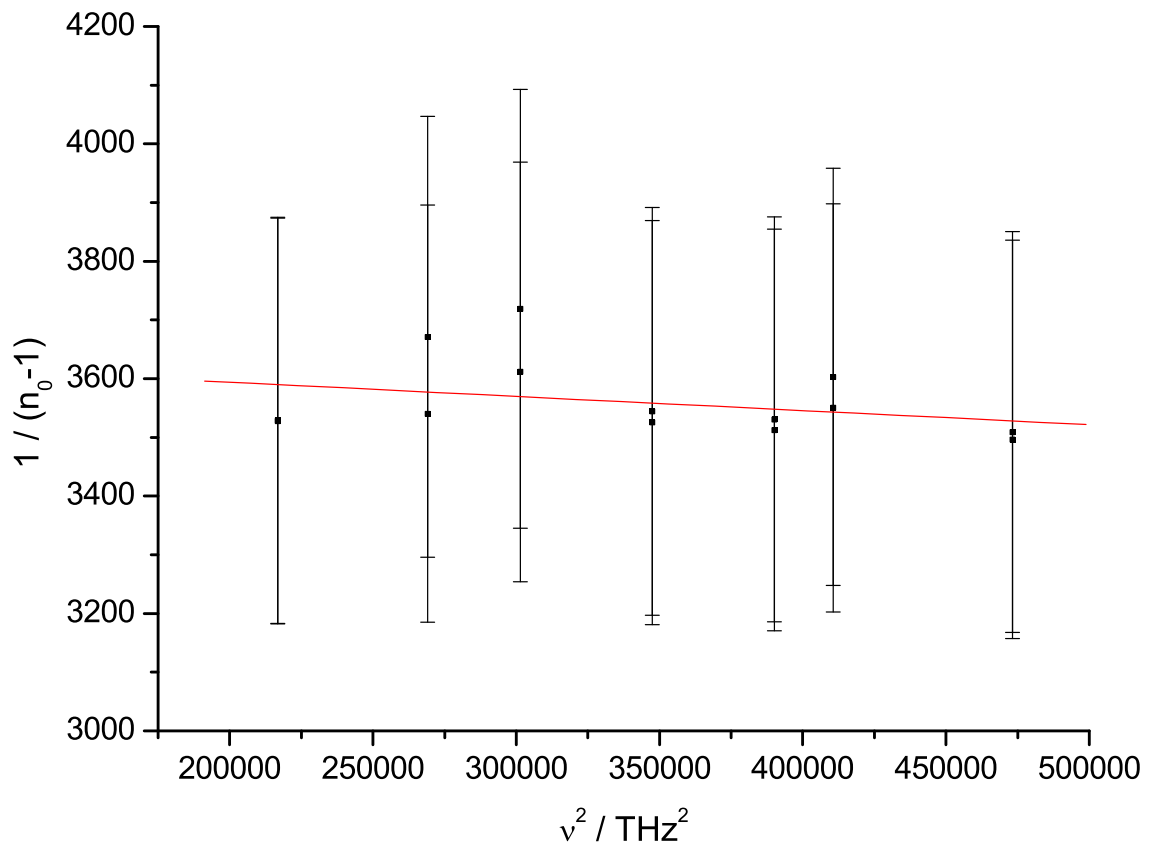


Abbildung 5: Gewichtete lineare Regression

Aus der Regression erhalten wir folgende Parameter als Achsenabschnitt (A) und Steigung

(B):

$$A = 3642 \pm 404 \quad \text{und} \quad B = -(2,4 \pm 11,3) \cdot 10^{-28} \text{Hz}^{-2}$$

Die Oszillatorstärke ergibt sich daraus zu

$$f_0 = -\frac{8\pi^2 \varepsilon_0 m_e}{N_0 e^2 B} = -\frac{9,2337 \cdot 10^{-28} \text{Hz}^2}{B} = 3,8 \pm 17,9.$$

Für die Absorptionsfrequenz erhalten wir

$$\nu_0 = \sqrt{-\frac{B}{A}} \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta B}{2\sqrt{-BA}}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{B}\Delta A}{2\sqrt{-A^3}}\right)} = (3,88 \pm 18,23) \cdot 10^{15} \text{ Hz}.$$

Der errechnete Messfehler ist bei diesem Auswertungsteil nicht zu gebrauchen, da er physikalisch nicht sinnvoller Größenordnungen erreicht. Der übergroße Fehler folgt aus der Steigung der gewichteten linearen Regression. Schon dort ist der angegebene Messfehler um Größenordnungen zu hoch. Zur Überprüfung haben wir die Regression einmal mit dem Statistik-Programm und einmal per Hand ausgeführt. Beide Male bekamen wir die gleichen Ergebnisse und Fehlergrenzen. Dies deutet darauf hin, dass der Fehler tatsächlich aus der Ungenauigkeit der Messung rührt.

Zum Vergleich wollen wir trotzdem den Literaturwert angeben. In [1] sind für die Oszillatorstärke und die Resonanzfrequenz folgende Werte angegeben:

$$f_0^{Lit} = 4,62 \quad \text{und} \quad \nu_0^{Lit} = 4,2371 \cdot 10^{15} \text{ Hz}.$$

Unsere Messwerte liegen in beiden Fällen unter den theoretisch errechneten. Leider können wir nicht beantworten, ob unsere Messung im Bereich der Messungenauigkeit den theoretischen Wert mit einschließt.

5.4 Berechnung der statischen Dielektrizitätszahl

Aus der Maxwellrelation $\varepsilon = n^2$ erhält man bei Grenzübergang von $\nu \rightarrow 0$:

$$\varepsilon = \left(1 + \frac{1}{A}\right)^2 \pm 2 \left(\frac{1}{A} + 1\right) \frac{\Delta A}{A^2} = (1,000275 \pm 0,000061).$$

Die aus [1] zu entnehmende Dielektrizitätszahl wird mit

$$\varepsilon^{Lit} = 1,000556 \pm 0,000051$$

angegeben. Leider liegt auch dieser Wert nicht innerhalb unserer Fehlergrenzen, obwohl in dieser Berechnung nicht die Steigung der Regressions-Geraden mit eingeht.

6 Schlussbemerkung und Referenzen

6.1 Fazit

Wir haben im Versuch die grundlegenden Eigenschaften der Dispersion in einem Gas kennengelernt. Mit dem Jamin-Interferometer steht nach unseren Ergebnissen außerdem ein präzises Verfahren zu Bestimmung des Brechungsindex bei Normalbedingungen zu Verfügung. Zusätzlich haben wir den Versuch unternommen, aus den Messergebnissen die Oszillatorstärke, die Absorptionsfrequenz und die statische Dielektrizitätszahl für Argon zu bestimmen. Dies ist uns nach Betrachtung der Ergebnisse nicht gelungen. Die gewichtete lineare Regression führt zu physikalisch nicht sinnvoller Fehlergrenzen, deren Ursprung nicht eindeutig geklärt werden kann.

Abbildungsverzeichnis

1	Pellin-Broca-Prisma mit Strahlengang	6
2	Aufbau eines Jamin-Interferometers	7
3	optischer Versuchsaufbau	8
4	Schema des Gassystems	9
5	Gewichtete lineare Regression	13

Tabellenverzeichnis

1	Ergebnisse der Brechungsindex-Bestimmung	11
2	Umgerechnete Messwerte	13

Literatur

- [1] FLÜGGE, Siegfried: *Lehrbuch der theoretischen Physik, Band III, Klassische Physik II, Das Maxwell'sche Feld*. Berlin, Göttingen, Heidelberg : Springer-Verlag, 1961
- [2] HECHT, Eugene: *Optik*. 3. korrigierte Auflage. Bonn; München; Reading, Mass. [u. a.] : Addison-Wesley, 1989. – ISBN 3-925118-86-1
- [3] KOHLRAUSCH, Friedrich: *Praktische Physik, Band 1*. 22. neubearb. und ergänzte Auflage. Stuttgart : Teubner, 1968
- [4] STÖCKER, Horst: *Taschenbuch der Physik*. 4. korrigierte Auflage. Thun, Frankfurt a.M. : Verlag Harri Deutsch, 2000. – ISBN 3-8171-1627-6