

Protokoll zu

Versuch E-209:
Hyperfeinstruktur und Isotopieverschiebung
von Spektrallinien

Fortgeschrittenen-Praktikum Teil II
Sommersemester 2003

Von
Jan Stillings, Kathrin Valerius

Semesterzahl: 8
Hauptfach: Physik
Gruppe α 12

Assistent: Ralf Lawall

Datum: 07. März 2003

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	3
1.1	Struktur von Spektrallinien	3
1.1.1	Hyperfeinstruktur	3
1.1.2	Isotopen-Shift	4
1.1.3	Spektrale Eigenschaften von Natrium und Thallium	4
1.2	Fabry-Perot-Interferometer	5
1.2.1	Aufbau und Funktionsweise des FPI	5
1.2.2	Transmissionsverhalten	6
1.2.3	Freier Spektralbereich	6
1.2.4	Finesse und spektrales Auflösungsvermögen	7
1.3	Auswertung von Interferenzbildern	7
2	Versuchsaufbau	9
2.1	Aufbau	9
2.2	Justierung	9
3	Durchführung und Auswertung	11
3.1	Kalibrierung des Fabry-Perot-Interferometers	11
3.1.1	Grobe Kalibrierung	11
3.1.2	Dispersionsgebiet und Wellenlängenzuordnung	13
3.1.3	Feinkalibrierung	13
3.1.4	Feinstkalibrierung	15
3.2	Messung zur Hyperfeinstruktur von Natrium	16
3.3	Messung zur Hyperfeinstruktur von Thallium	18
3.4	Beobachtung der Isotopieverschiebung zwischen ^{203}Tl und ^{205}Tl	20
4	Schlussbemerkungen und Referenzen	21
4.1	Schlussbemerkungen	21
A	Anhang	22
A.1	Tabellen: Vergleich der Intensitäten	22
A.2	Tabellen: Bestimmung der Finesse	23

1 Theoretische Grundlagen

Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Hyperfeinstruktur von schweren Elementen am Beispiel der 535 nm-Linie des Thalliums mit Hilfe eines Fabry-Perot-Interferometers untersucht werden. Zuvor wird das FPI mittels der beiden Natrium-D-Linien kalibriert. Da das Thallium ein Gemisch aus zwei Isotopen darstellt, kann hier auch die Isotopieverschiebung beobachtet werden.

1.1 Struktur von Spektrallinien

1.1.1 Hyperfeinstruktur

Nur hochauflösende Spektroskopie ist in der Lage, die Effekte der Hyperfein-Wechselwirkung zwischen dem magnetischen Moment $\vec{\mu}_I$ des Kerns und dem am Kernort durch die Elektronenhülle erzeugten Magnetfeld \vec{B}_J zu studieren. Der sich daraus ergebende Hamiltonian (entsprechend einer zusätzlichen potentiellen Energie) lautet

$$H_{\text{hf}} = -\vec{\mu}_I \cdot \vec{B}_J = -|\vec{\mu}_I| \cdot B_J \cdot \cos(\vec{\mu}_I, \vec{B}_J). \quad (1)$$

Das magn. Kernmoment ist proportional zum Drehimpuls: $\vec{\mu}_I = \gamma \vec{I}$. Es wird angegeben in Einheiten des Kernmagnetons, $\mu_K = e\hbar/(2m_p) = \mu_{\text{Bohr}} \cdot (m_e/m_p)$:

$$\vec{\mu}_I = g_I \mu_K \cdot \vec{I}/\hbar.$$

Dieser Ausdruck zusammen mit der Beziehung

$$\cos(\vec{I}, \vec{J}) = \frac{F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)}{2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{I(I+1)}}$$

liefert für (1) den Erwartungswert:

$$E_{\text{hf}} = \frac{A_{\text{hf}}}{2} [F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)], \quad (2)$$

wobei nun

$$A_{\text{hf}} = \frac{g_I \mu_K B_J}{\sqrt{J(J+1)}} \quad (3)$$

die *Hyperfeinstruktur-* oder *Intervallkonstante* bezeichnet, welche vom inneren Magnetfeld und damit von der Drehimpulsquantenzahl J abhängt.

Für den Gesamtdrehimpuls, der nun die neue Konstante der Bewegung bildet, wurde hierbei $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$ eingesetzt. Die Quantenzahl F kann alle Werte zwischen $|J - I|$ und $J + I$ annehmen. Daher kommt es zu einer Aufspaltung der Niveaus in $(2I + 1)$ oder $(2J + 1)$ Hyperfein-Terme, je nachdem, ob $I < J$ oder $J < I$. Zwischen diesen sind Übergänge gemäß der Auswahlregel $\Delta F = 0, \pm 1$ ($F = 0 \rightarrow 0$ verboten) möglich.

Das Magnetfeld B_J ist bei s -Elektronen vorwiegend ein Effekt der endlichen Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen am Ort des Kerns, wobei das magn. Moment der Elektronen mit dem im Kernvolumen verteilten Kernmoment in Wechselwirkung tritt (isotrope Kontakt-Wechselwirkung; FERMI-WW). Für Elektronen mit $l > 0$ berechnet sich das B_J -Feld hingegen aus der Dipol-Dipol-Interaktion zwischen Elektronen- und Kernmoment; die Wechselwirkung wird anisotrop.

Eine Störung der hier besprochenen *magnetischen Dipolwechselwirkung* kann durch *elektrostatische Wechselwirkungen* zwischen einem nicht-kugelsymmetrischen Kern und der Elektronenhülle hervorgerufen werden (insbes. Kernquadrupolmoment Q , Quadrupolenergie E_Q). In diesem Fall treten im Spektrum mehr Linien auf als bei gewöhnlicher magnetischer Aufspaltung. Eine Berücksichtigung dieses Effekts wird bei unserem Versuch jedoch nicht notwendig sein.

1.1.2 Isotopen-Shift

Der Effekt der Isotopieverschiebung wurde Anfang der 1930er Jahre entdeckt. Liegen in der untersuchten Substanz mehrere Isotope des betrachteten Elements vor, so kommt es zu einer zusätzlichen Linienaufspaltung etwa in der Größenordnung der Hyperfeinstruktur. Dazu tragen im Wesentlichen zwei Effekte bei:

- Der *Masseneffekt* spielt vorwiegend bei leichten Atomen eine Rolle. Er wird durch den Einfluss der Kernmitbewegung (\rightarrow unterschiedliche reduzierte Masse μ bei verschiedenen Isotopen) verursacht. Er ist am größten zwischen Wasserstoff und Deuterium und verliert mit zunehmender Atommasse rasch an Bedeutung. Im Fall des Masseneffekts besitzen Isotope größerer Masse enger zusammenliegende Terme, was zur Emission von langwelligerem Licht führt. Dies folgt aus

$$\Delta E_{\text{iso-mass}} = -E_{\infty} \left(\frac{m_e}{M_1 + m_e} - \frac{m_e}{M_2 + m_e} \right) \approx -E_{\infty} \left(\frac{m_e (M_2 - M_1)}{M_1 M_2} \right), \quad \text{wobei } E_{\infty} < 0.$$

- Der *Volumeneffekt* wird dagegen bei schwereren Atomen (wie Tl) relevant. Seine Ursache liegt darin, dass Kerne bei gleicher Ladung, aber unterschiedlicher Neutronenzahl nicht dieselben Radien haben. Ein dem Kern hinreichend nahes s -Elektron sieht daher geringfügig verschiedene Ladungsdichteverteilungen, was eine Energieverschiebung zwischen den Isotopen bewirkt. Der Volumeneffekt kommt also vornehmlich bei solchen Übergängen zum Tragen, in denen sich die Anzahl der s -Elektronen ändert. Er bewirkt eine Verschiebung der Wellenlängen in umgekehrter Richtung zum Masseneffekt (schwerere Isotope \rightarrow kurzwelligeres Licht). Der Korrekturterm lautet

$$\Delta E_{\text{iso-vol}} = e^2 / (6\epsilon_0) Z \rho_e(0) \langle r^2 \rangle.$$

Bei mittleren Massenzahlen können die beiden Effekte eine etwa gleich große Rolle spielen.

1.1.3 Spektrale Eigenschaften von Natrium und Thallium

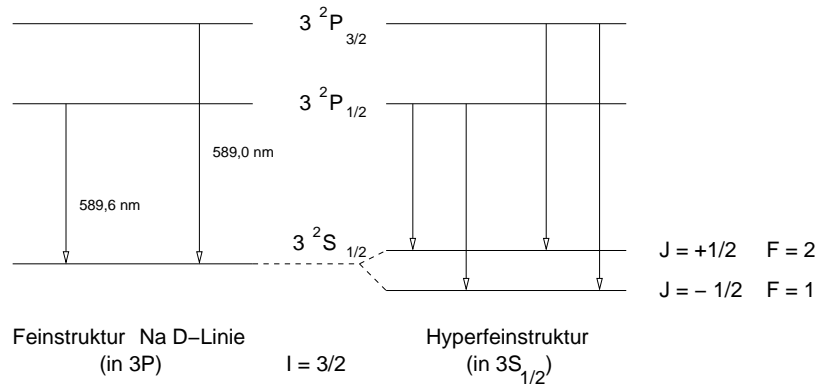


Abbildung 1: Feinstruktur (links) und Hyperfeinstruktur (rechts) in Auszügen des Na-Termschemas

Abb. 1 zeigt einen kleinen Ausschnitt aus dem Termschema des Natrium. Natürlich gibt es – entgegen der Abbildung – auch in den $P_{1/2}$ - und $P_{3/2}$ -Niveaus Hyperfeinaufspaltung, so dass noch wesentlich mehr mögliche Übergänge als die vier hier gezeigten existieren. Allerdings beobachtet man wegen der endlichen Linienbreite meist nur zwei Komponenten der D_1 -Linie (Abstand 0,023 Å) und zwei der D_2 -Linie (Abstand 0,021 Å), welche gerade den skizzierten Übergängen in den (asymmetrisch!) aufgespaltenen $S_{1/2}$ -Zustand entsprechen.

Abb. 2 verdeutlicht die Situation beim Thallium. Für einen Kern mit $I = 1/2$ erwartet man in dem gezeigten Ausschnitt des Termschemas drei Übergänge. (Der Übergang von $F = 0$ in $7s$ nach $F = 2$

in $6p$ ist nach den Auswahlregeln verboten.) Die Tatsache, dass jedoch mehr Linien beobachtet wurden, lässt sich mittels des Isotopen-Shifts aus der Existenz mehrerer Isotope erklären. Das natürliche Mischungsverhältnis der beiden gezeigten Isotope beträgt ca. $^{203}\text{Tl} : ^{205}\text{Tl} \approx 30\% : 70\%$. Die Zentralwellenlänge des (einzigen im Optischen sichtbaren) Übergangs $7s\ ^2S_{1/2} \rightarrow 6p\ ^2P_{3/2}$ liegt bei $\lambda = 535$ nm. Während die Energiedifferenz zwischen den Zuständen mit $F = 0$ und $F = 1$ im Niveau $7\ ^2S_{1/2}$ zur HFS beiträgt, kann die sehr kleine Aufspaltung des $6\ ^2P_{3/2}$ -Niveaus in $F = 1$ und $F = 2$ nicht beobachtet werden.

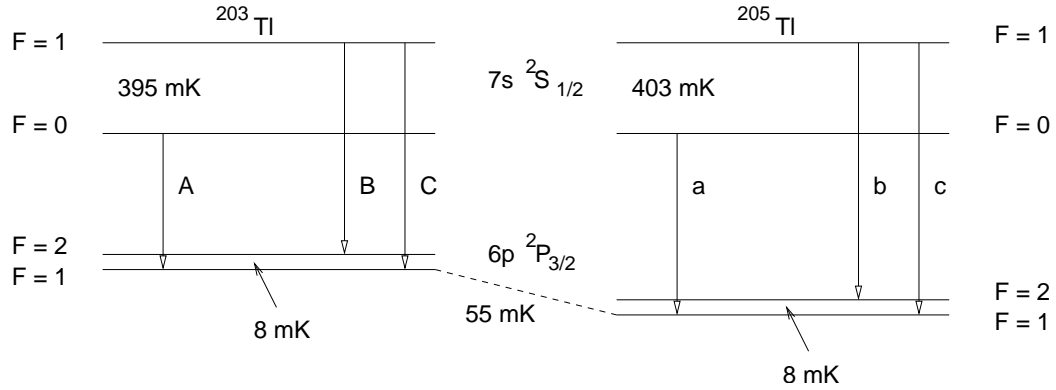


Abbildung 2: Hyperfeinaufspaltung im ^{203}Tl und ^{205}Tl

1.2 Fabry-Perot-Interferometer

1.2.1 Aufbau und Funktionsweise des FPI

Ein Fabry-Perot-Interferometer (kurz: FPI) besteht aus zwei planparallelen, teildurchlässigen Spiegeln. Ein einfallendes Lichtbündel wird mehrfach zwischen den Spiegeln hin und her reflektiert, wobei jeweils ein von der Spiegel-Reflektivität R abhängiger Anteil in Form von parallelen Lichtstrahlen aus dem Interferometer ausgekoppelt wird (Abb. 3). In der in Abb. 4 gezeigten Anordnung werden die austretenden parallelen Strahlen mittels einer Sammellinse gebündelt. Strahlen mit einem bestimmten Einfallswinkel α_i werden dabei je nach ihrer Orientierung zur opt. Achse auf verschiedene Punkte eines Kreisrings des Radius r_{α_i} in der Brennebene der Linse abgebildet.

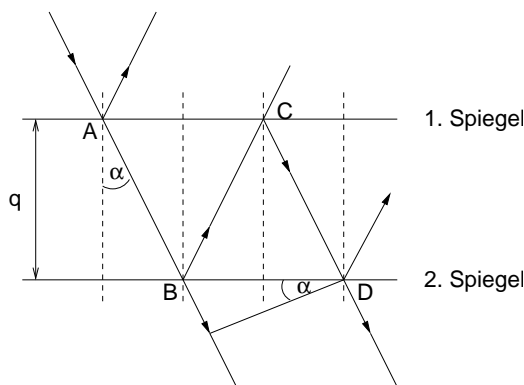


Abbildung 3: Skizze zum Prinzip des FPI

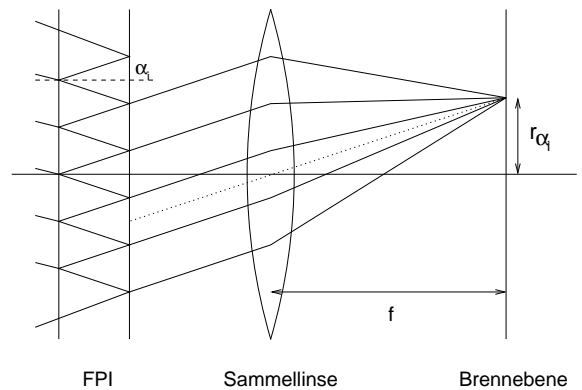


Abbildung 4: Skizze zur Entstehung des Interferenzbildes beim FPI

Interferenzbedingung

Wird monochromatisches Licht einer festen Wellenlänge λ auf das FPI eingestrahlt, so können benachbarte Teilstrahlen, welche z.B. an den Punkten B und D aus dem Interferometer austreten, nur dann

konstruktiv miteinander interferieren, wenn ihr Gangunterschied Δs einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge entspricht. Aus Abb. 3 geht hervor, dass

$$\Delta s = 2 q \cos \alpha,$$

wobei q den Spiegelabstand angibt. Damit lässt sich die Interferenzbedingung wie folgt formulieren:

$$m \cdot \lambda = 2 q \cdot \cos \alpha. \quad (4)$$

Umgekehrt bedeutet dies, dass aus einem aus vielen Wellenlängen zusammengesetzten Lichtbündel vom FPI nur der Anteil ungeschwächt transmittiert wird, welcher (4) erfüllt (Prinzip des Interferenzfilters).

1.2.2 Transmissionsverhalten

Wir betrachten den idealisierten Fall streng monochromatischen Lichts und exakt planparalleler, unendlich großer Spiegel. Die Intensitätsverteilung des Interferenzbildes wird durch die AIRY-Funktion beschrieben. Ist I_0 die Intensität des einfallenden Strahls und R die Reflektivität der Spiegel, so findet man¹ durch Überlagerung der austretenden parallelen Teilstrahlen (Funktion der Sammellinse) die transmittierte Intensität:

$$I_T(\delta) = I_0 \cdot \frac{1}{1 + F \cdot \sin^2(\delta/2)}, \quad \text{wobei } F = \frac{4 R}{(1 - R)^2}. \quad (5)$$

δ ist die durch den Gangunterschied Δs zwischen benachbarten Teilbündeln hervorgerufene Phasendifferenz:

$$\delta = \frac{2\pi \Delta s}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot 2 q \cos \alpha}{\lambda}.$$

Somit ergeben sich Intensitätsmaxima für $\delta = \pi N$, Minima für $\delta = \pi (2N + 1)/2$.

Die Schärfe der Peaks in der AIRY-Funktion wird maßgeblich durch die Reflektivität der Spiegel bestimmt. Für großes R entspricht sie nahezu einer Delta-Distribution.

1.2.3 Freier Spektralbereich

Als *freien Spektralbereich* oder *Dispersionsgebiet* bezeichnet man den Abstand zwischen zwei Interferenzmaxima aufeinanderfolgender Ordnungen derselben Wellenlänge. Äquivalent dazu ist die folgende Definition:

Untersucht man mit einem FPI Strahlung im Wellenzahlintervall $(\tilde{\nu}, \tilde{\nu} + \delta\tilde{\nu})$, so ergibt sich das Dispersionsgebiet aus der Bedingung, dass die $(m + 1)$. Ordnung für $\tilde{\nu}$ mit der m . Ordnung für $\tilde{\nu} + \delta\tilde{\nu}$ übereinstimmt:

$$m (\tilde{\nu} + \delta\tilde{\nu}) = (m + 1) \tilde{\nu} \quad (6)$$

$$\Leftrightarrow \delta\tilde{\nu} = \frac{\tilde{\nu}}{m} = \frac{1}{\lambda} \frac{\lambda}{2 q \cos \alpha} = \frac{1}{2 q \cos \alpha} \approx \frac{1}{2 q}. \quad (7)$$

Idealerweise sollte der Spiegelabstand q so gewählt werden, dass der freie Spektralbereich die Wellenzahlen der aufzulösenden Linien einschließt. Es ergibt sich also die Bedingung

$$q \leq \frac{1}{2 \delta\tilde{\nu}}. \quad (8)$$

¹siehe [1]

1.2.4 Finesse und spektrales Auflösungsvermögen

Für das in Gleichung (5) angegebene Profil der Durchlasskurve lässt sich eine „Phasenhalfwertsbreite“ $\epsilon = |\delta_1 - \delta_2|$ definieren durch

$$I_T(\delta_1) = I_T(\delta_2) = \frac{I_0}{2}.$$

In eingesetzt (5) ergibt dies

$$|\delta_1 - \delta_2| = 4 \arcsin \left(\frac{1-R}{2\sqrt{R}} \right) \equiv \epsilon.$$

Für $F \gg 1$, d.h. $(1-R) \ll R$ geht dies über in $\epsilon \approx \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}} = \frac{4}{\sqrt{F}}$.

Dem freien Spektralbereich wird ein Phasenunterschied von 2π zugeordnet; daher gilt $\frac{\delta\nu}{\Delta\nu} = \frac{2\pi}{\epsilon}$.
Man erhält somit für das Verhältnis aus freiem Spektralbereich und Halfwertsbreite:

$$\frac{\delta\nu}{\Delta\nu} = \frac{2\pi}{\epsilon} = \frac{\pi\sqrt{F}}{2} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \equiv \mathcal{F}. \quad (9)$$

Die *Finesse* \mathcal{F} des Interferometers ist also ein Maß für den „Kontrast“, der aus Linienabstand und Linienbreite resultiert. Es handelt sich um eine nur von R abhängige Größe. Betrachtet man zwei Linien als trennbar, falls diese sich bis zur Halfwertsbreite überlappen, so gibt \mathcal{F} die Anzahl der Linien an, welche innerhalb eines Dispersionsgebietes noch aufgelöst werden können.

Das *spektrale Auflösungsvermögen* eines FPI wird entscheidend von der Finesse bestimmt. Es ist definiert als

$$A \equiv \left| \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \right| = \frac{\nu}{\Delta\nu} = \mathcal{F} \cdot \frac{\nu}{\delta\nu} \quad (10)$$

[$\Delta\nu$, $\Delta\lambda$: FWHM in Einheiten der Frequenz bzw. Wellenlänge; $\delta\nu$: freier (Frequenz-) Spektralbereich].

Nach (7) kann A auch durch die Ordnung m ausgedrückt werden:

$$A = \frac{\tilde{\nu}}{\Delta\tilde{\nu}} = \mathcal{F} \cdot 2q\tilde{\nu} = \mathcal{F} \cdot m.$$

Somit ist A proportional zur Finesse und der beobachteten Ordnung. Zu beachten ist der Unterschied zwischen theoretischem und effektivem Auflösungsvermögen, welches durch den Übergang $\mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}_{\text{eff}}$ zustande kommt. Hierbei beinhaltet \mathcal{F}_{eff} Einflüsse wie Spiegelunebenheiten und -verunreinigungen, endliche Spiegelfläche sowie die endliche spektrale Linienbreite. Im letztgenannten Effekt sind natürliche Linienbreite, Druckverbreiterung, Einflüsse äußerer el.-magn. Felder und vor allem Dopplerverbreiterung inbegriffen.

1.3 Auswertung von Interferenzbildern

Grobe Kalibrierung des FPI

In der Beobachtungsebene des FPI entstehen für monochromatisches Licht abwechselnd helle und dunkle konzentrische Kreisringe, ansonsten beobachtet man farbige Ringe. Der Radius r des p -ten Interferenzmaximums vom Mittelpunkt der Figur aus gesehen erfüllt die Beziehung

$$r = f \cdot \tan \alpha \approx f \cdot \alpha. \quad (11)$$

Die Ordnung im Zentrum ist

$$m_0 = 2nq/\lambda,$$

was nicht notwendigerweise eine ganze Zahl darstellt². Man kann die (ganzzahlige) Ordnung des ersten Maximums definieren als

$$m_1 = m_0 - \epsilon, \quad 0 < \epsilon < 1$$

² n ist der Brechungsindex des Mediums. Da es sich in unserem Fall um Luft handelt, wird im Folgenden $n = 1$ gesetzt.

(die Ordnung im Zentrum ist per def. maximal). Dann lässt sich die Ordnung m des p -ten Ringes ausdrücken durch

$$m = (m_0 - \epsilon) - p + 1. \quad (12)$$

Wegen

$$\begin{aligned} m &= 2q \cdot \cos \alpha / \lambda = m_0 \cdot \cos \alpha \\ &= m_0 (1 - 2 \sin^2(\alpha/2)) \\ &\approx m_0 (1 - \alpha^2/2) \end{aligned}$$

ist $\alpha^2 = 2(1 - m/m_0)$. Daraus folgt mit (12):

$$r_p^2 = f^2 \cdot 2 \left(\frac{p-1+\epsilon}{m_0} \right) \quad (13)$$

$$= f^2 \cdot \frac{\lambda}{q} (p-1+\epsilon). \quad (14)$$

Diese Relation wird später zur groben Kalibrierung des FPIs mit den beiden eng benachbarten Linien des Na verwendet.

Feinkalibrierung des FPI

Im nächsten Schritt nehmen wir eine Linie mit zwei eng benachbarten Komponenten der Wellenzahlen $\tilde{\nu}_I, \tilde{\nu}_{II}$ zur Hilfe (in unserem Fall die beiden Komponenten der Na-D-Linie). Für $i = I, II$ gilt für den Radius des p -ten Ringes der i -ten Wellenzahlkomponente:

$$r_{p,i}^2 = f^2 \cdot \frac{(p-1+\epsilon_i)}{q \tilde{\nu}_i}, \quad \text{so dass} \quad \Delta_{p+1,p} := r_{p+1,i}^2 - r_{p,i}^2 = \frac{f^2}{q \tilde{\nu}_i}. \quad (15)$$

Mit $\epsilon_i = m_{0,i} - m_{1,i} = 2q\tilde{\nu}_i - m_{1,i}$ folgt für die Differenz der Wellenzahlen

$$\Delta_{\tilde{\nu}_{I,II}} := \tilde{\nu}_I - \tilde{\nu}_{II} = \frac{1}{2q} (\epsilon_I - \epsilon_{II} \pm k), \quad (16)$$

wobei $k \equiv m_{1,I} - m_{1,II}$ eine ganze Zahl ist. Aus (15) ist unmittelbar ersichtlich, dass

$$\frac{r_{p+1,i}^2}{r_{p+1,i}^2 - r_{p,i}^2} - p = \epsilon_i.$$

Setzt man dies nun in (16) ein und macht die durch $\tilde{\nu}_I \approx \tilde{\nu}_{II}$ gerechtfertigte Näherung $r_{p+1,I}^2 - r_{p,I}^2 \approx r_{p+1,II}^2 - r_{p,II}^2$, so findet man

$$\Delta_{\tilde{\nu}_{I,II}} = \frac{1}{2q} \left(\frac{r_{p,I}^2 - r_{p,II}^2}{r_{p+1,I}^2 - r_{p,I}^2} \pm k \right) := \frac{1}{2q} \left(\frac{\delta_{I,II}}{\Delta_{p+1,p}} \pm k \right). \quad (17)$$

Schließlich ergibt sich aus obigen Überlegungen also für die Feinkalibrierung des FPI:

$$q = \frac{1}{2 \Delta_{\tilde{\nu}_{I,II}}} \left(\frac{\delta_{I,II}}{\Delta_{p+1,p}} \pm k \right). \quad (18)$$

Die Methode der **Feinstkalibrierung** mit Hilfe eines Photomultipliers wird in dem entsprechenden Abschnitt der Versuchsdurchführung erläutert.

2 Versuchsaufbau

2.1 Aufbau

Der Aufbau des Experiments ist in Abbildung 5 schematisch dargestellt.

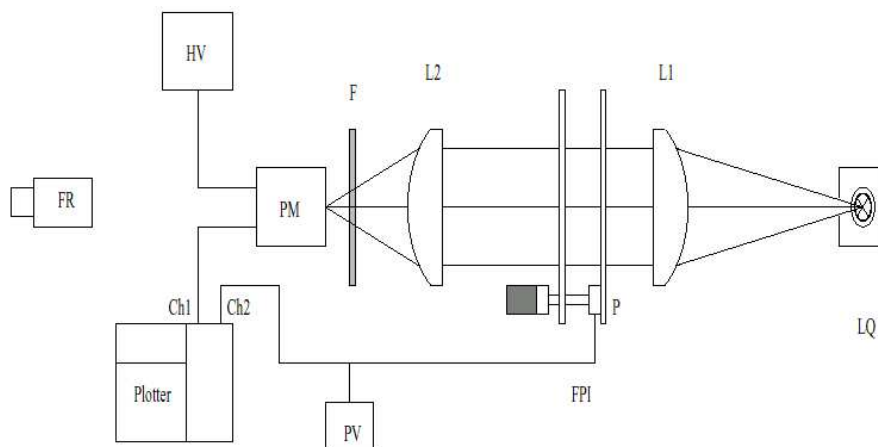


Abbildung 5: Schematischer Versuchsaufbau

Als Lichtquellen stehen zwei verschiedene Gasentladungslampen zur Verfügung: eine mit Natrium und eine mit Thallium gefüllt. Diese können abwechselnd an den Anfang der optischen Bank gestellt werden, auf der alle optischen Elemente angeordnet sind. Auf die Lichtquelle folgt ein breiter Spalt, der in den Holzkasten eingebaut ist, der um das Experiment herum Streustrahlung begrenzen soll. Innerhalb des Kastens folgt nun die Linse L1, die das Licht parallelisieren soll. Darauf folgt das Fabry-Perot-Interferometer (FPI) bestehend aus zwei teildurchlässigen Spiegeln, die zusammen fünf Freiheitsgrade besitzen. Beide Spiegel lassen sich sowohl vertikal als auch horizontal verkippen und der Spiegelabstand lässt sich variieren. Hierzu steht pro Freiheitsgrad eine Mikrometerschraube zur Verfügung. Die Verkipfung des bildseitigen Spiegels sowie der Spiegelabstand lassen sich zusätzlich mit Hilfe von Piezo-Kristallen fein ändern.

Auf das FPI folgt die Linse L2, die das austretende Licht entweder auf einen Schirm oder auf den Photomultiplier fokussiert. Bei Einsatz des Photomultipliers wird zusätzlich je nach Lampe ein Filter vor die Multiplieröffnung geschoben. Für die direkte Beobachtung des ausfallenden Lichts wird Linse L2 entfernt und ein auf unendlich fokussiertes Fernrohr in den Strahlengang gebracht.

Zur Aufnahme der Linien mit dem Photomultiplier ist dieser an den y-Kanal eines Plotters angeschlossen. Die x-Ausrichtung wird durch Veränderung des Spiegelabstandes mittels Piezo-Kristall bestimmt. Außerdem ist im Versuchsaufbau noch eine Hochspannungsversorgung (HV) enthalten, die den Photomultiplier mit der entsprechenden Betriebsspannung versorgt.

2.2 Justierung

Alle optischen Elemente müssen zunächst justiert werden, um ein bestmögliches Ergebnis zu erhalten. Zunächst wird Linse L1 so verschoben, dass auf dem ersten Spiegel ein scharfes Abbild des Beleuchtungsspalters erscheint. Damit ist die Parallelität des einfallenden Lichts auf das FPI gewährleistet. Danach muss der lichtseitige Spiegel senkrecht im Strahlengang angeordnet werden. Dies ist erreicht, wenn die Reflexion des Spiegels symmetrisch auf Linse L1 steht. Damit ist die lichtseitige Justierung abgeschlossen.

Auf der Bildseite ist zunächst der FPI-Spiegel so zu justieren, dass er parallel zum lichtseitigen Spiegel steht. Dies erreicht man, indem man in die Linse sieht und die Mikrometerschrauben so dreht, dass die zu sehenden Rechtecke zur Überdeckung kommen. Es entsteht ein Bild von parallelen Kreisbogenstücken. Nun muss so lange weiter gekippt werden, bis man das Zentrum des Kreissystems findet.

Ist dieses erreicht, sollten auf dem im Brennpunkt von L2 angebrachten Schirm bereits sehr schwach die Interferenzringe zu sehen sein. Die Feinjustierung kann mit Hilfe der Piezo-Kristalle erfolgen. Als Ergebnis sollte man scharfe Interferenzringe um einen Mittelpunkt sehen.

Während unserer Justierung traten immer wieder Probleme auf. Die Interferenzringe waren immer nur sehr schwach zu sehen, was auf einen Verlust an Intensität schließen lässt. Außerdem schafften wir es trotz mehrfacher Versuche nicht, die gesamte Interferenzfigur so zu verschieben, dass das Licht senkrecht in den Photomultiplier einfällt. Beide Punkte wirken sich negativ auf die Ergebnisse des Versuchs aus.

3 Durchführung und Auswertung

3.1 Kalibrierung des Fabry-Perot-Interferometers

Da der Abstand q der beiden Spiegel an der Skala einer Mikrometerschraube abgelesen wird, deren Nullpunkt uns zunächst nicht bekannt ist, ist zur späteren Auswertung des Thallium-Spektrums eine Kalibrierungsmessung zur Umrechnung von Skalenteilen in cm (oder mm) erforderlich. Diese Messung erfolgt in drei sukzessiven Schritten mit der Natrium-Lampe und ist in Relation zum Gesamtumfang des Versuchs sehr aufwendig.

3.1.1 Grobe Kalibrierung

Der erste Schritt im Versuch ist die grobe Kalibrierung der Abstands-Mikrometerschraube. Diese orientiert sich an geometrischen Überlegungen und nutzt die Radien der Interferenzringe zur Bestimmung des Spiegelabstandes q aus. Zur Berechnung von q lässt sich Gleichung (14) aus den theoretischen Vorbetrachtungen nutzen:

$$r^2 = f^2 \cdot \frac{\lambda}{q} \cdot (p - 1 + \epsilon).$$

Wir nutzen zur Kalibrierung die Natrium-D-Linien, da diese eine hohe Intensität haben. In der Grobkalibrierung stellen wir den Spiegelabstand so ein, dass die zwei D-Linien überlappen und keine Feinstrukturaufspaltung entsteht. Damit können wir als Wellenlänge für die Berechnung den Mittelwert der Einzel-Wellenlängen einsetzen:

$$\bar{\lambda} = (589,3 \pm 0,3)\text{nm}.$$

Als Fehler für die Wellenlänge, nehmen wir $\Delta\lambda = 0,3$ nm an, da dies der Schwankung der beiden einzelnen D-Linien um den Mittelwert entspricht.

Die Messung selber wird durchgeführt, in dem zu verschiedenen Spiegelabständen q die Interferenzringe auf einem Schirm sichtbar gemacht werden, auf dem Millimeterpapier angebracht ist. Auf dem Schirm werden die Begrenzungen der Ringe und der Mittelpunkt eingezeichnet. Die Radien werden jeweils über beide Seiten gemittelt und daraus das Radienquadrat bestimmt, das in o.g. Formel eingeht.

Die Markierung der Ringe gestaltete sich ziemlich schwierig, da der Schirm beim Aufsetzen des Stiftes nachgab und die Gesamtapparatur nicht bewegt werden durfte. Wir nehmen daher für die Bestimmung vom Radius r einen Fehler von $\Delta r = 1$ mm an, woraus sich der Fehler für r^2 zu $\Delta r^2 = 2 \cdot r \cdot \Delta r$ nach Gauß fortpflanzt. Die Bestimmung des Mittelwerts der beiden Einzelradien hat den Vorteil, dass die

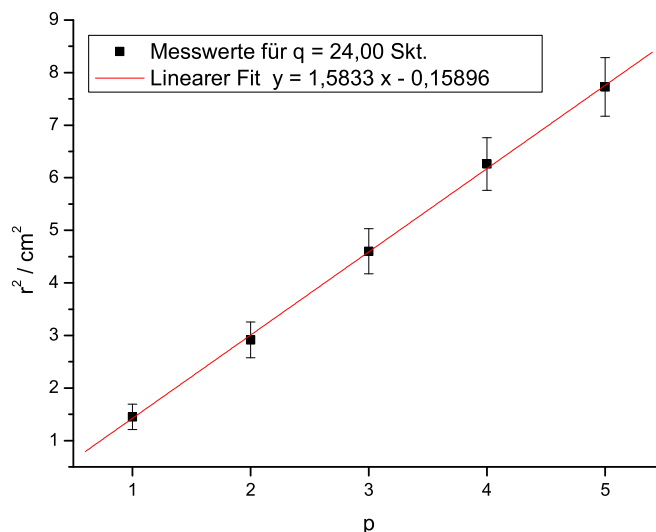


Abbildung 6: Beispiel für Fit zu Bestimmung des Spiegelabstandes

Festlegung des Mittelpunktes nicht relevant ist. Diese war nämlich schwierig, da man das Zentrum der Interferenzfigur abschätzen musste.

Zur Berechnung der Spiegelabstände nutzen wir einen gewichteten linearen Fit, den wir durch die Werte der Radien für verschiedene p legen. Für jeden Spiegelabstand q führen wir einen Fit aus. Exemplarisch ist in Abbildung 6 der Fit für einen Abstand dargestellt. Für die 6 ausgeführten Messungen ergeben sich die in Tabelle 1 aufgelisteten Ergebnisse. Zur Bestimmung des Abstandes in mm können wir dann

$$q = \frac{f^2 \cdot \lambda}{m}$$

nutzen, wobei m der Steigung des Fits entspricht. Wir müssen somit die Größe ϵ nicht kennen. Sie beschreibt nur den Achsenabschnitt, der für die Bestimmung des Spiegelabstandes ohne Bedeutung ist.

q / SKT	m/cm^2	q / mm
21,20	$1,02 \pm 0,14$	$5,77 \pm 0,78$
21,50	$1,12 \pm 0,14$	$5,28 \pm 0,66$
22,11	$1,28 \pm 0,15$	$4,60 \pm 0,54$
22,66	$1,41 \pm 0,16$	$4,19 \pm 0,47$
23,00	$1,57 \pm 0,16$	$3,75 \pm 0,39$
24,00	$1,58 \pm 0,12$	$3,72 \pm 0,29$

Tabelle 1: Ergebnisse der Berechnung von q

Der Fehler für den Wert von q errechnet sich aus Gaußscher Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta q = \sqrt{\left(\frac{f^2}{m} \Delta \lambda\right)^2 + \left(-\frac{f^2 \cdot \lambda}{m^2} \Delta m\right)^2}$$

Aus den erhaltenen Einzelabständen wollen wir eine Kalibrierungsbeziehung zwischen der Angabe des Abstandes in Skalenteilen und dem realen Abstand ableiten. Hierzu tragen wir die Abstände in Skalenteilen über die eben errechneten realen Abstände auf und erhalten aus dem gewichteten linearen Fit (Abbildung 7) die gesuchte Beziehung.

Wie man aus der Abbildung sieht, haben wir zwei verschiedene Fits angesetzt. Der zweite durchgezogene

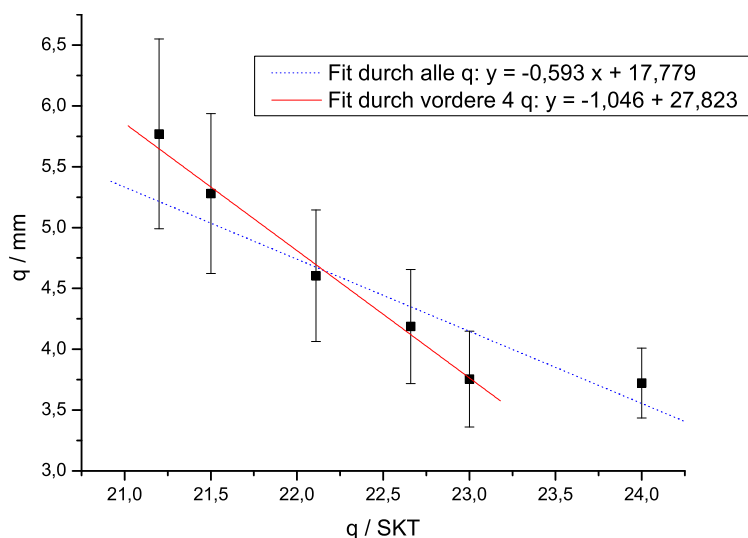


Abbildung 7: Linearer Fit zur Kalibrierung der Mikrometerschraube

ne Fit geht nur über die fünf größeren Spiegelabstände. Wir nutzen diesen Fit zur weiteren Rechnung, da er sehr viel besser den Verlauf im vorderen Teil wiedergibt. Wir werten daher den hintersten (sechsten) Datenpunkt als Messfehler. Dies ist sicherlich gerechtfertigt, er klar neben der Geraden liegt und wir in den folgenden Versuchsabschnitten noch feinere Kalibrierungen durchführen. Aus dem Graphen sieht man außerdem deutlich, dass die Mikrometerschraube falsch herum angebracht ist – zu kleineren Skalenteilen hin wird der Spiegelabstand größer.

Als Ergebnis des Fits erhalten wir die Kalibrierungsbeziehung

$$\begin{aligned} q_{\text{mm}} &= m_{\text{grob}} \cdot q_{\text{SKT}} + q_0 \\ &= -(1,05 \pm 0,37) \cdot q_{\text{SKT}} + (27,82 \pm 8,4). \end{aligned}$$

Aus dieser Beziehung lässt sich die Einstellung der Mikrometerschraube bestimmen, an der die Spiegel ganz zusammengefahren sind:

$$q(0) = \frac{q_0}{m_{\text{grob}}} = (26,60 \pm 12,42) \text{ SKT}.$$

Die Fehler der Rechnung fallen auffallend groß gegenüber dem Messwert aus. Zur Reduzierung der Fehler wäre es sicher hilfreich gewesen, mehr Messreihen zur Auswertung aufzunehmen und mehr Interferenzringe auszuwerten. Ersteres war uns leider aus Zeitgründen nicht möglich und mehr Ringe konnten wir nicht einzeichnen, da selbst in vollständiger Dunkelheit die Intensität der Interferenzfigur zu niedrig war um mehr Ringe genau zu lokalisieren.

3.1.2 Dispersionsgebiet und Wellenlängenzuordnung

Um die weiteren Versuchsteile auszuführen, mussten wir im Interferenzbild eine Feinstrukturaufspaltung der D-Linien erreichen. Dann konnten wir den Spiegelabstand leicht erhöhen und beobachteten, dass die aufgespaltenen D-Linien nach außen wandern. Diese Feststellung wird bestätigt durch die Bedingung für Interferenz (Gleichung (4))

$$m \cdot \lambda = 2 q \cdot \cos \alpha.$$

Auch folgt aus der Interferenzbedingung, dass Ringe größerer Wellenlänge einen kleineren Radius haben. Sie müssen nämlich bei gleicher Ordnung m unter einem kleineren Winkel α austreten, da dann der $\cos(\alpha)$ größer wird und die Bedingung erfüllt bleibt.

Leider konnten wir auf Grund der schlechten Justierung des Versuchs nicht abschätzen, wie viele Interferenzgebiete bei Änderung des Spiegelabstandes überstrichen werden. Wir beobachteten nur in einem bestimmten Bereich überhaupt eine Feinstrukturaufspaltung und diese ging dann nicht langsam in eine Überlagerung der D-Linien über, sondern verschwand sofort bei Änderung des Abstandes. Mit diesen Voraussetzungen ließ sich keine Aussage in dieser Hinsicht machen.

3.1.3 Feinkalibrierung

Auf Grund der Ergebnisse aus der Grobkalibrierung ist es auf jeden Fall nötig, eine präzisere Kalibrierung vorzunehmen, bevor wir die Feinstruktur von Natrium und Thallium aufnehmen. Hierzu wählten wir diesmal mehrere Spiegelabstände so, dass eine Feinstruktur-Aufspaltung der D-Linien sichtbar wurde. Auch hier zeichneten wir wieder die sichtbaren Linien auf dem Millimeterpapier ein. Aus Zeitgründen konnten wir leider nur vier Messreihen aufnehmen.

Wir benutzen nun die in der Theorie hergeleitete Gleichung (17)

$$q_{\text{fein}} = \frac{1}{2 \Delta \tilde{\nu}_{I,II}} \left(\frac{r_{p,I}^2 - r_{p,II}^2}{r_{p+1,I}^2 - r_{p,I}^2} \pm k \right),$$

um für unsere Messpunkte die Anzahl k der überstrichenen Dispersionsgebiete zu bestimmen. Dazu stellen wir die Gleichung nach k um und nutzen zur Bestimmung des Abstandes q das Ergebnis

der Grobeichung. Die Differenz zwischen den Wellenzahlen der beiden D-Linien beträgt $\Delta\tilde{\nu}_{I,II} = 17,28 \text{ cm}^{-1}$. Damit ist auch festgelegt, dass die Werte mit Index I immer die äußeren D-Linien bezeichnen. Die Ergebnisse der Rechnung mit den gerundeten Werten für k sind in Tabelle 2 zusammengestellt.

q / SKT	q_{grob} / mm	$k_{\text{ungerundet}}$	k
22,30	4,50	15,16	15
23,81	2,92	9,60	10
23,82	2,91	9,68	10
23,94	2,78	9,09	9

Tabelle 2: Berechnung von k

Mit Hilfe der errechneten k -Werte können wir nun die neuen realen Spiegelabstände berechnen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3 enthalten.

q / SKT	p	k	q / mm
22,30	1	15	$4,45 \pm 0,07$
22,30	2	15	$4,40 \pm 0,05$
23,81	1	10	$3,03 \pm 0,08$
23,82	1	10	$3,00 \pm 0,05$
23,94	1	9	$2,76 \pm 0,08$
23,94	2	9	$2,74 \pm 0,11$
23,94	3	9	$2,72 \pm 0,12$

Tabelle 3: q -Berechnung mit Feinkalibrierung

Der Fehler der q -Berechnung errechnet sich nach der folgenden etwas unhandlichen Formel

$$\Delta q = \frac{1}{\Delta\tilde{\nu} \cdot (\Delta r_{p,I}^4 - \Delta r_{p+1,I}^4)^2} \cdot \sqrt{(r_{p,I}^2(r_{p+1,I}^4 - r_{p,II}^4)\Delta r_{p,I}^2)^2 + (r_{p,II}^2(r_{p,I}^4 - r_{p+1,I}^4)\Delta r_{p,II}^2)^2} + \frac{r_{p+1,I}^2(r_{p,II}^4 - r_{p,I}^4)\Delta r_{p+1,I}^2}{\Delta\tilde{\nu} \cdot (\Delta r_{p,I}^4 - \Delta r_{p+1,I}^4)^2}$$

Leider bekommen wir auf Grund der schlechten Intensität wieder nur sehr wenig Werte, was sich in der Berechnung der Feinkalibrierungsrelation widerspiegelt. Diese erhalten wir abermals aus der Auftragung der errechneten realen Abstände über die Abstände in Skalenteilen und dem gewichteten linearen Fit für die Werte (Abbildung 8).

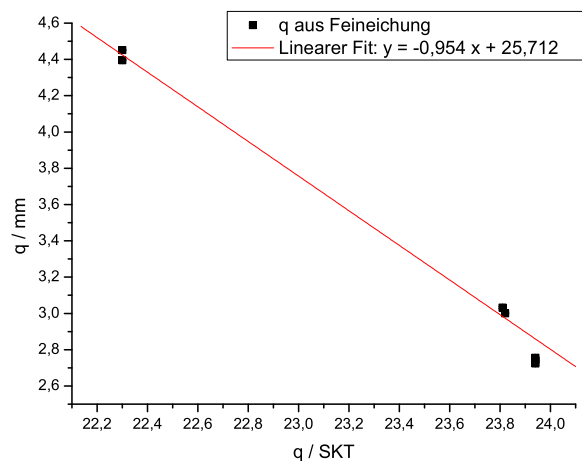


Abbildung 8: Gewichteter linearer Fit zur Feinkalibrierung

Es ergibt sich aus dem linearen Fit die Feinkalibrierungsrelation

$$\begin{aligned} q_{\text{mm}} &= m_{\text{grob}} \cdot q_{\text{SKT}} + q_0 \\ &= -(0,9546 \pm 0,0017) \cdot q_{\text{SKT}} + (25,712 \pm 0,039) \end{aligned}$$

Daraus kann man wieder den Nullabstand der Spiegel berechnen, der sich diesmal bei

$$q(0) = (26,935 \pm 0,062) \text{ SKT}$$

befindet.

3.1.4 Feinstkalibrierung

Zur Feinstkalibrierung wird nun der Versuchsaufbau leicht modifiziert. Statt des Schirmes wird im Brennpunkt der bildseitigen Linse der Photomultipliereingang mit dem Natrium-Filter, der vor den PM-Eingang geschoben wird, positioniert. Die punktförmige Öffnung des Photomultipliers sollte genau in der Mitte der Interferenzfigur liegen. Dies war uns auch nach langwieriger Justierung nicht möglich, so dass bei den erhaltenen Messwerten ein schräger Strahlengang eingeht.

Während der Messung wird der Spiegelabstand q mit Hilfe des Piezo-Kristalls vergrößert, was gleichzeitig die x-Achse des Plotters bestimmt. Der erhaltene Plot ist daher linear in q . Durch die Änderung von q wandern die Beugungsringe, die in der Mitte entstehen, am Photomultiplier vorbei. Die y-Achse des Plots wird durch das Ausgangssignal des Photomultipliers bestimmt. Bei der Messung war darauf zu achten, dass man möglichst sehr langsam an der Piezo-Steuerung dreht, damit der träge Plotter auch alle Peaks ordentlich abfährt. Dreht man zu schnell, so schneidet der Plotter die Peaks ab.

Trotz aller Vorsicht bei der Abstandsänderung fallen bei allen Plots Streckungen jeweils am Plotanfang auf. Diese lassen sich auf Nichtlinearitäten bei der Ausdehnung bzw. Stauchung der Piezokristalle zurückführen, da sie von beiden Richtungen aus auftreten. Die Streckungen der Plots liegen also sowohl bei Verminderung, als auch bei Vergrößerung des Spiegelabstandes immer am Anfang des jeweiligen Plots. Auf Grund dieser Verzerrung haben wir immer den jeweils ersten Peak aus der Auswertung herausgenommen.

Zur Auswertung der Plots nutzen wir Gleichung (18), die in der Theorie hergeleitet wurde:

$$q = \frac{1}{2\Delta\tilde{\nu}_{Na-D}} \cdot \left(\frac{\delta_{I,II}}{\Delta_{p,p+1}} \pm k \right).$$

Zunächst müssen wir für alle aufgenommenen Plots wieder die ganze Zahl k mit der oben genannten Formel bestimmen. Wir nutzen das Ergebnis der Feineichung zur Bestimmung des realen Spiegelabstandes. Zur Vermessung stehen uns sechs Plots zur Verfügung, die bei drei verschiedenen Spiegelabständen entstanden. Drei Plots haben jeweils 14-15 Peaks und drei Plots nur 4-5 Peaks. Dies liegt daran, dass bei den kurzen Plots der Plotter mitten in der Messung einfach abgebrochen hat. Den Grund dafür konnten wir leider nicht feststellen. Die Ergebnisse für die 6 Messreihen sind in Tabelle 4 dargestellt. Die Werte für k werden wieder auf ganze Zahlen gerundet.

q / SKT	q_{grob} / mm	$k_{\text{ungerundet}}$	k
23,35	3,42	11,40	11
23,35	3,42	11,44	11
23,35	3,42	11,44	11
23,70	3,09	10,18	10
22,53	4,21	14,07	14
22,53	4,21	14,08	14

Tabelle 4: Berechnung von k für Feinstkalibrierung

Mit Hilfe der Ergebnisse für das Dispersionsgebiet k können wir aus den Peakabständen den Plattenabstand berechnen. Die Ergebnisse dieser Prozedur sind in Tabelle 5 dargestellt. Die Fehler ergeben sich aus der Standardabweichung der Messwerte.

q / SKT	k	q / mm
23,35	12	$3,3060 \pm 0,0071$
23,35	12	$3,294 \pm 0,013$
23,35	12	$3,296 \pm 0,018$
23,70	10	$3,0376 \pm 0,0077$
22,53	14	$4,1856 \pm 0,0074$
22,53	14	$4,1818 \pm 0,0067$

Tabelle 5: Abstandsberechnung aus Feinstkalibrierung

Um die Umrechnungsfunktion der Feinstkalibrierung anzugeben, setzen wir wieder einen linearen Fit an die 6 Messpunkte an, wie in Abb. 9 zu sehen.

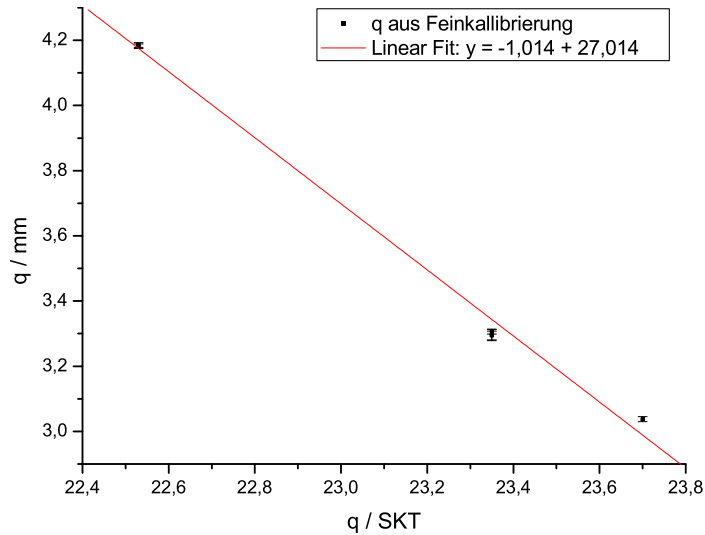


Abbildung 9: Gewichteter linearer Fit zur Feinstkalibrierung

Als Ergebnis aus dem Fit ergibt sich die Umrechnungsfunktion für die Mikrometerschraube wie folgt:

$$\begin{aligned}
 q_{\text{mm}} &= m_{\text{grob}} \cdot q_{\text{SKT}} + q_0 \\
 &= -(1,0138 \pm 0,0070) \cdot q_{\text{SKT}} + (27,01 \pm 0,16)
 \end{aligned}$$

Daraus errechnet sich abermals der Nullabstand der Spiegel, der sich bei

$$q(0) = (26,65 \pm 0,24) \text{ SKT}$$

befindet.

Man erkennt bei dieser letzten Kalibrierung einen vergrößerten Fehler, der aus der Methode der Standardabweichung resultiert. Der Nullabstand wandert wieder zurück zum Abstand der Grobkalibrierung. Zu allen Verfahren muss jedoch erwähnt sein, dass sie wohl nur eine geringe Genauigkeit aufweisen, da aus zeitlichen Gründen jeweils nur wenige Messreihen aufgenommen werden konnten. Trotzdem wollen wir im folgenden die Ergebnisse der Feinsteichung nutzen, um die Hyperfeinstruktur von Natrium und Thallium zu vermessen.

3.2 Messung zur Hyperfeinstruktur von Natrium

Mit unseren Einstellungen konnten wir in mehreren Messreihen zumindest ansatzweise eine Hyperfeinstruktur der Natrium-D-Linien sichtbar machen. Jede D-Linie spaltet noch einmal in 2 Linien auf, wie dies auch in Abb. 1 dargestellt ist. Von den aufgenommenen Messreihen ist in Kurve 4 (bei 23,70

Skt.) die Hyperfeinaufspaltung am besten zu erkennen, weshalb wir hier eine quantitative Analyse durchführen werden.

Man erkennt andeutungsweise, dass die beiden D-Linien verschieden stark aufspalten. Dies haben wir bereits in der Theorie erläutert. Demnach müsste die jeweils linke Linie der Peak-Paare die D_2 sein, da sie weniger deutliche Peaks liefert.

Nach Gleichung (2) gilt für die Energieaufspaltung ΔE_{hf} zwischen zwei Hyperfein-Niveaus, welche sich um $\Delta F = F_{\text{upper}} - F_{\text{lower}} = 1$ unterscheiden:

$$\Delta E_{\text{hf}} = E_{\text{hf,upper}} - E_{\text{hf,lower}} = A_{\text{hf}} \cdot (F_{\text{lower}} + 1) \quad (19)$$

Diese sogenannte *Intervallregel* besagt, dass der Abstand zweier benachbarter Hyperfein-Terme proportional zum geometrischen Mittel der beiden F -Werte ist. In dem für uns relevanten Fall des $3^2S_{1/2}$ -Niveaus von Natrium ist $F_{\text{upper}} = 2$, $F_{\text{lower}} = 1$. Es ergibt sich also wegen $\tilde{\nu} = 1/\lambda = \nu/c$ und $E = h \cdot \nu$ der Zusammenhang

$$A_{\text{hf}} = h c \cdot \Delta \tilde{\nu}. \quad (20)$$

Um die Intervallkonstante – und damit die Hyperfeinaufspaltung selbst – zu bestimmen, verwenden wir

$$\Delta \tilde{\nu} = \frac{1}{2q} \left(\frac{\delta_{I,II}}{\Delta_{p,p+1}} \pm k \right), \quad (21)$$

wobei zur Berechnung von q natürlich die feinste Eichung verwendet wird. Die Konstante $k = 10$ haben wir bereits im Abschnitt zuvor bei der Feinsteichung bestimmt. Wir erhalten für die Messung die in Tab. 6 angegebenen Werte.

Peak	$\delta_{I,II}$ links / mm	$\delta_{I,II}$ rechts / mm	$\Delta_{p,p+1}$ / mm
1	2,0	2,5	16,60
2	1,7	2,0	14,65
3		1,9	14,15
4	1,1	2,0	13,40
5	1,0	1,9	12,10
6	1,3	1,7	12,70
7	1,4	1,9	12,45
8		1,5	11,25
9	1,0	1,8	11,40
10	1,2	1,8	11,45
11	1,3	2,0	11,00
12	1,0	1,8	11,00

Tabelle 6: Abstände der Hyperfeinlinien des Natriums

Hieraus können wir schließlich die Mittelwerte bilden und daraus die beiden Abstände bestimmen:

$$\Delta \tilde{\nu}_{\text{HFS Links}} = (0,16629 \pm 0,0012) \text{ cm}^{-1}$$

$$\Delta \tilde{\nu}_{\text{HFS Rechts}} = (0,16707 \pm 0,0011) \text{ cm}^{-1}.$$

Der Fehler errechnet sich aus Gaußscher Fehlerfortpflanzung. Die Fehler der hier erhaltenen Werte stammen aus den Standardabweichungen und einer angenommenen Ableseungenauigkeit von 0,5 mm.

Die erhaltenen Messwerte weichen stark von den in der Versuchsanleitung angegebenen Werten von

$$\Delta \tilde{\nu}_{\text{HFS},1} = 0,06 \text{ cm}^{-1} \quad \text{und} \quad \Delta \tilde{\nu}_{\text{HFS},2} = 0,08 \text{ cm}^{-1}$$

ab. Außerdem lässt sich die vorher gemachte Aussage zur optischen Zuweisung der Linien quantitativ nicht bestätigen. Die Ergebnisse zeigen uns deutlich die Grenzen unserer Apparatur auf. Das Auflösungsvermögen reicht zwar aus, um eine Bestätigung der Hyperfeinaufspaltung der Natrium-D-Linien zu geben, weitere Messungen bleiben aber zu ungenau. Aus diesem Grund unterlassen wir die

weitere Berechnung der Intervallkonstanten und führen die gleiche Untersuchung mit der Thallium-Lampe durch.

3.3 Messung zur Hyperfeinstruktur von Thallium

In dem für uns relevanten Fall des $7^2S_{1/2}$ -Niveaus von Thallium ist $F_{\text{upper}} = 1$, $F_{\text{lower}} = 0$. Die Skizze in Abb. 10 soll erläutern, mit Hilfe welcher Linien nun $\Delta\tilde{\nu}$ ermittelt werden muss. (Die Bezeichnungen der Linien mit Groß- und Kleinbuchstaben folgen denen in Abb. 2.)

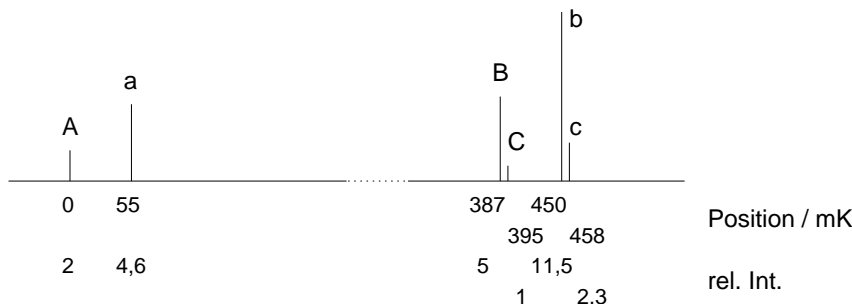


Abbildung 10: Aufspaltung des Überganges $7^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{3/2}$ im Gemisch von ^{203}Tl und ^{205}Tl

Wie bereits im Theorieteil erwähnt, können die Linien innerhalb der Paare BC und bc nicht aufgelöst werden. Daher wird die Größe der Hyperfeinaufspaltung gegeben durch die Energiedifferenz zwischen A und BC , sowie zwischen a und bc .

Wir haben zur Messung an der Thallium-Hyperfeinstruktur vier Messreihen aufgenommen, von denen jedoch nur zwei eine auswertbare Aufspaltung der Hyperfein-Linien besitzen. Analog zum Vorgehen bei den Natrium-Linien erhalten wir auch hier aus den Messwerten in Tab. 7 den Abstand der Linien voneinander. Es ergibt sich aus den beiden Messreihen durch Bildung des gewichteten Mittelwertes:

$$\Delta\nu_{\text{Hfs}} = (0,394 \pm 0,011) \text{ cm}^{-1}$$

Vergleicht man dies mit dem Wert aus [3] von $\Delta\nu_{\text{Hfs}} = 0,401 \text{ cm}^{-1}$, so fällt eine gute Übereinstimmung auf. Der Wert liegt im Bereich des Fehlers unseres Messwertes.

Bestimmung der Intervallkonstanten

Mittels Gleichung (20), die oben bereits eingeführt wurde, erhalten wir die Intervallkonstante für den Thalliumübergang:

$$A_{\text{hf}} = h c \cdot \Delta\tilde{\nu} = (7,8238 \pm 0,0023) \cdot 10^{-24} \text{ J} = (4,8832 \pm 0,0014) \cdot 10^{-5} \text{ eV}.$$

Berechnung des mittleren Magnetfeldes B_J am Ort des Kerns

Ist die Intervallkonstante bekannt, so lässt sich gemäß der Beziehung (3) auch die Stärke des mittleren durch die Elektronenhülle am Ort des Kerns erzeugten Magnetfeldes bestimmen:

$$B_J \equiv \langle B_J(0) \rangle = \frac{I J A_{\text{hf}}}{\mu_I}.$$

Es ist $I = \frac{1}{2}$, $J = \frac{1}{2}$ und

$$\frac{\mu_I}{\mu_K} (^{203}\text{Tl}) = 1,6 \quad \Rightarrow \quad \mu_I = 1,6 \cdot \frac{\mu_{\text{Bohr}}}{1836} = 8,08 \cdot 10^{-27} \text{ J/T}.$$

Damit ergibt sich:

$$\langle B_J(0) \rangle = (2,42016 \pm 0,00070) \cdot 10^6 \text{ Gauss}.$$

Blatt / Peak	$\delta_{I,II}$ / mm	$\Delta_{p,p+1}$ links / mm	$\Delta_{p,p+1}$ rechts / mm	$\Delta_{p,p+1}$ / mm
9 / 1	4,6	14,0	14,0	14,0
9 / 2	4,3	13,9	13,3	13,6
9 / 3	3,9	11,8	12,0	11,9
9 / 4	4,2	12,5	11,9	12,2
9 / 5	3,7	11,8	11,8	11,8
9 / 6	3,4	11,0	11,4	11,2
9 / 7	3,8	11,0	10,8	10,9
9 / 8	3,4	10,7	9,8	10,3
9 / 9	2,3	10,5	11,1	10,8
9 / 10	3,0	10,0	10,0	10,0
9 / 11	3,0	10,0	10,2	10,1
9 / 12	3,3	10,3	10,0	10,2
9 / 13	3,1	10,7	10,2	10,5
9 / 14	3,1	9,0	9,3	9,2
9 / 15	3,6	10,0	9,8	9,9
10 / 1	4,0	16,2	16,5	16,4
10 / 2	4,3	14,3	13,2	13,8
10 / 3	3,2	13,4	13,6	13,5
10 / 4	3,4	12,5	12,2	12,4
10 / 5	3,1	12,0	11,9	12,0
10 / 6	3,0	11,5	11,3	11,4
10 / 7	2,8	11,4	11,3	11,4
10 / 8	2,7	10,5	10,7	10,6
10 / 9	2,9	11,5	10,2	10,9
10 / 10	1,6	9,7	10,9	10,3
10 / 11	2,8	10,3	10,2	10,3
10 / 12	2,7	11,4	10,0	10,7
10 / 13	1,3	9,1	10,3	9,7
10 / 14	2,5	10,6	10,0	10,3
10 / 15	1,9	9,9	10,3	10,1

Tabelle 7: Abstände der Hyperfeinlinien des Thalliums

Verglichen mit dem Wert aus [3] von $\langle B_J(0) \rangle = 2,46 \cdot 10^6$ Gauss liegt unser errechneter Wert etwas unterhalb, der aus Gaußscher Fehlererfortpflanzung erhaltene Fehler erscheint unter diesem Vergleich zu niedrig.

Vergleich der Intensitäten der Einzelkomponenten

Zum quantitativen Vergleich der Intensitäten mit den erwarteten Werten, die auch in Abb. 10 eingezeichnet sind, müssen wir die Peakhöhe ausmessen. Hierzu haben wir in zwei Messreihen, durch Verdecken des Strahlengangs, eine Untergrundmessung eingefügt. Aus den Höhen der Peaks in den zwei Plots erhalten wir ein Verhältnis von 2,21:1 für Plot 9 und 1,93:1 für Plot 10. Im Vergleich zu den in [3] angegebenen Werten von 3:1 haben wir eine schlechte Auflösung der Intensitäten.

Ursache für das schlechte Intensitätsverhältnis kann die Eingangs erwähnte Problematik mit dem schrägen Photomultiplier sein. Außerdem wissen wir nicht, ob die Peakhöhe tatsächlich linear in der Intensität ist. Es könnten in der Apparatur Nichtlinearitäten auftreten, über die wir nichts näheres wissen. Die größte Fehlerquelle stellt sicher der Plotter dar, da dieser sehr behutsam zu bedienen ist, um die Peaks nicht abzuschneiden.

Bestimmung der effektiven Finesse des Interferometers

Die Finesse lässt sich für unseren Versuch aus dem Verhältnis von $\Delta_{p,p+1}$ zur Halbwertsbreite der

Peaks bestimmen. Da die Peaks bei uns im unteren Drittel zusammenlaufen und nicht mehr getrennt werden können, messen wir nur die Halbwertsbreiten für die linken (höheren) Peaks. Diese lassen sich, bis auf wenige Ausnahmen am hinteren Ende des Plots, eindeutig bestimmen. Die Messungen werden wir getrennt für die zwei Plots mit Untergrundmessung aus. Wir erhalten daher zwei Werte für die Finesse:

$$\mathcal{F}_9 = 5,99 \pm 2,06$$

$$\mathcal{F}_{10} = 7,08 \pm 1,44.$$

Auffallend sind hier die sehr große Fehlergrenzen aus der Standardabweichung. Die Werte sind daher als nicht sehr präzise zu werten. Auch hier wären für eine bessere Auswertung mehr Messreihen nötig gewesen.

3.4 Beobachtung der Isotopieverschiebung zwischen ^{203}Tl und ^{205}Tl

Anhand von Abb. 10 sieht man, dass die Isotopieverschiebung gerade dem Abstand der Linien A und a , sowie BC und bc entspricht. Die Isotopieaufspaltung lässt sich also durch Anwendung von Gleichung (21) auf diese Paare ermitteln.

Leider war es uns jedoch aus Zeitgründen nicht mehr möglich, diesen Versuchsteil durchzuführen.

4 Schlussbemerkungen und Referenzen

4.1 Schlussbemerkungen

Im Versuch haben wir die Möglichkeit der Sichtbarmachung der Hyperfeinstruktur mit Hilfe eines Fabry-Perot-Interferometers kennengelernt. Zunächst gelang es uns die Bedienung des FPI zu verstehen und die Mikrometerschraube zur Einstellung des Spiegelabstandes, der eine wichtige Kenngröße des FPI darstellt, zu kalibrieren. Dies geschah auf drei verschiedene Arten, die nacheinander ausgeführt wurden und immer präzisere Ergebnisse liefern.

Anzumerken ist, dass sich schon in diesem Teil des Versuchs abzeichnete, dass die eingeplante Versuchszeit zu kurz war. Aus diesem Grund haben wir für eine präzise Kalibrierung viel zu wenig Messreihen aufgenommen. Der Zeitverlust war darin begründet, dass sehr viel Zeit zur Justierung des optischen Versuchsteils benötigt wurde. Trotz langer Bemühungen und Neujustierungen gelang es uns dabei nicht, einen vollkommen geraden Strahlengang – parallel zur optischen Achse – bis in den Photomultiplier zu gewährleisten. Dies wirkt sich negativ auf die Ergebnisse aus. Dass die erhaltenen Werte doch noch im Bereich der in [3] angegebenen Werte liegen, ist sicherlich eher ein Glücksfall, als ein statistisch belastbares Versuchsergebnis.

Trotz der Probleme bei der Justierung ist es uns schließlich gelungen, die Hyperfeinstruktur von Natrium und Thallium sichtbar zu machen und auszuwerten. Bei der Natrium-Hyperfeinstruktur stoßen wir offensichtlich an die Grenzen des Auflösungsvermögens der Versuchseinrichtung. Da bei Thallium die Frequenzdifferenz größer ist, bekommen wir hier ein zufriedenstellendes Ergebnis, was jedoch wieder nicht statistisch belastbar ist, da nur aus zwei Messreihen zusammengesetzt.

Abbildungsverzeichnis

1	Feinstruktur (links) und Hyperfeinstruktur (rechts) in Auszügen des Na-Termschemas	4
2	Hyperfeinaufspaltung im ^{203}Tl und ^{205}Tl	5
3	Skizze zum Prinzip des FPI	5
4	Skizze zur Entstehung des Interferenzbildes beim FPI	5
5	Schematischer Versuchsaufbau	9
6	Beispiel für Fit zu Bestimmung des Spiegelabstandes	11
7	Linearer Fit zur Kalibrierung der Mikrometerschraube	12
8	Gewichteter linearer Fit zur Feinkalibrierung	14
9	Gewichteter linearer Fit zur Feinstkalibrierung	16
10	Aufspaltung des Berganges $7\ ^2S_{1/2} \rightarrow 6\ ^2P_{3/2}$ im Gemisch von ^{203}Tl und ^{205}Tl	18

Tabellenverzeichnis

1	Ergebnisse der Berechnung von q	12
2	Berechnung von k	14
3	q -Berechnung mit Feinkalibrierung	14
4	Berechnung von k für Feinstkalibrierung	15
5	Abstandsberechnung aus Feinstkalibrierung	16
6	Abstände der Hyperfeinlinien des Natriums	17
7	Abstände der Hyperfeinlinien des Thalliums	19
8	Peakhöhen und Intensitätsverhältnis aus Plots 9 und 10	22
9	Bestimmung der Finesse	23

Literatur

- [1] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik, Bd. 2*. Springer, 1995.
- [2] Theo Mayer-Kuckuk. *Atomphysik*. Teubner, 1994.
- [3] Willi Pontius. *Untersuchung der Hyperfeinstruktur Schwerer Kerne*. Staatsexamensarbeit Universität Bonn, 1974.
- [4] A. Thorne; U. Litzen; S. Johansson. *Spectrophysics*. Springer, 1999.
- [5] H. Haken und H.C. Wolf. *Einführung in die Atom- und Quantenphysik*. Springer, 1996.

A Anhang

A.1 Tabellen: Vergleich der Intensitäten

Plot / Peak	$h_{\text{links}} / \text{mm}$	$h_{\text{rechts}} / \text{mm}$	$I_{\text{rechts}}/I_{\text{links}}$
9 / 1	34,8	16,0	2,18
9 / 2	38,2	16,1	2,37
9 / 3	33,4	16,5	2,02
9 / 4	38,9	17,7	2,20
9 / 5	37,0	17,8	2,08
9 / 6	33,3	17,2	1,94
9 / 7	35,5	16,2	2,19
9 / 8	36,2	16,5	2,19
9 / 9	34,1	19,0	1,79
9 / 10	36,0	12,2	2,95
9 / 11	38,0	18,0	2,11
9 / 12	37,3	12,1	3,08
9 / 13	35,2	18,1	1,94
9 / 14	29,8	15,5	1,92
9 / 15	36,0	14,9	2,42
9 / 16	35,0	17,4	2,01
10 / 1	46,4	22,3	2,08
10 / 2	46,8	18,0	2,60
10 / 3	43,7	22,0	1,99
10 / 4	44,0	20,1	2,19
10 / 5	42,9	20,0	2,15
10 / 6	39,0	19,0	2,05
10 / 7	44,5	21,2	2,10
10 / 8	39,7	20,0	1,99
10 / 9	42,8	19,6	2,18
10 / 10	35,0	22,0	1,59
10 / 11	41,3	19,3	2,14
10 / 12	41,0	20,9	1,96
10 / 13	23,0	22,1	1,04
10 / 14	36,9	19,5	1,89
10 / 15	29,0	19,7	1,47
10 / 16	29,5	21,1	1,40

Tabelle 8: Peakhöhen und Intensitätsverhältnis aus Plots 9 und 10

A.2 Tabellen: Bestimmung der Finesse

Plot / Peak	HWB _{links} / mm	$\Delta_{p,p+1}$ / mm	\mathcal{F}
9 / 1	3,0	14,0	4,7
9 / 2	3,0	13,9	4,6
9 / 3	2,9	11,8	4,1
9 / 4	1,7	12,5	7,4
9 / 5	2,2	11,8	5,4
9 / 6	2,9	11,0	3,8
9 / 7	1,9	11,0	5,8
9 / 8	2,6	10,7	4,1
9 / 9	0,9	10,5	11,7
9 / 10	1,3	10,0	7,7
9 / 11	1,5	10,0	6,7
9 / 12	1,3	10,3	7,9
9 / 13	1,9	10,7	5,6
9 / 14	2,0	9,0	4,5
10 / 1	2,5	16,2	6,5
10 / 2	2,3	14,3	6,2
10 / 3	2,1	13,4	6,4
10 / 4	1,9	12,5	6,6
10 / 5	1,2	12,0	10,0
10 / 6	2,0	11,5	5,8
10 / 7	2,0	11,4	5,7
10 / 8	2,0	10,5	5,3
10 / 9	1,8	11,5	6,4
10 / 10	1,3	9,7	7,5
10 / 11	1,2	10,3	8,6
10 / 12	1,5	11,4	7,6
10 / 13	nicht messbar	9,1	
10 / 14	1,1	10,6	9,6

Tabelle 9: Bestimmung der Finesse