

Protokoll zu

Versuch K-124 Hall-Effekt in Halbleitern

Fortgeschrittenen-Praktikum Teil I
Wintersemester 2002/2003

Von
Jan Stillings, Kathrin Valerius

Semesterzahl: 7
Hauptfach: Physik
Gruppe α 2

Assistent: C. Bommas
Datum: 04./05.09.02

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Halbleiter	3
1.1.1	Bändermodell	3
1.1.2	Freies Elektronengas und Zustandsdichte	5
1.1.3	Fermi-Gas bei $T=0$ K und Fermi-Statistik	5
1.1.4	Effektive Masse	6
1.1.5	Eigenleitung und Störstellenleitung	6
1.2	Der Hall-Effekt in Halbleitern	8
1.2.1	Allgemeine Erläuterung des Hall-Effekts	8
1.2.2	Charakteristische Größen	9
1.2.3	Streuprozesse und Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit	9
1.2.4	Schichtspezifische Größen	10
1.2.5	Weitere auftretende Spannungen	10
2	Aufbau des Versuchs und Messmethode	12
2.1	Van der Pauw-Methode	12
2.1.1	Van der Pauw-Theorem	12
2.1.2	Messung des spezifischen Widerstands ρ	13
2.1.3	Messung des Hall-Effekts	14
2.2	Versuchsaufbau	15
3	Versuchsdurchführung und -auswertung	16
3.1	Messung bei Raumtemperatur	16
3.1.1	Messung des spezifischen Widerstandes der Ge-Probe bei Raumtemperatur	16
3.1.2	Messung des spezifischen Widerstandes der GaAs-Probe bei Raumtemperatur	17
3.1.3	Bestimmung der Hall-Konstanten von Germanium bei Raumtemperatur	18
3.1.4	Bestimmung der Hallkonstanten von GaAs bei Raumtemperatur	19
3.1.5	Majoritätsladungsträger und Hall-Beweglichkeit	19
3.1.6	Ergebnisse	20
3.2	Temperaturabhängige Messung	21
3.2.1	spezifischer Schicht-Widerstand und Schicht-Leitfähigkeit	21
3.2.2	Ladungsträgerdichte pro Schichtdicke	22
3.2.3	Hall-Beweglichkeit	23
4	Schlussbemerkungen und Referenzen	25
4.1	Abschlussbemerkung	25
4.2	Literatur	25
4.3	Abbildungen	25
A	Anhang	26

Ziel des Versuchs

In diesem Versuch sollen die Ladungstransporteigenschaften zweier verschiedener Halbleiter (Germanium, Galliumarsenid) untersucht und der Hall-Effekt beobachtet werden. Im ersten Teil sollen die schichtspezifischen Widerstände der Halbleiterproben aus Leitfähigkeitsmessungen sowie die Hallkonstanten aus Hall-Effekt-Messungen bestimmt werden. Hier soll ein Vergleich der Transporteigenschaften der beiden Proben erfolgen. Der zweite Versuchsteil hat eine Untersuchung der Temperaturabhängigkeit der Transporteigenschaften für eine der Proben zum Ziel.

1 Theorie

1.1 Halbleiter

1.1.1 Bändermodell

Während Elektronen in einem einzelnen Atom diskrete Energiezustände annehmen können, lassen sich die Energieniveaus für Elektronen in Festkörpern zu Bandstrukturen zusammenfassen. Dieses Modell beruht auf der Annahme, dass sich die Energiezustände eines Einzelatoms durch den Einfluss eines zweiten Atoms überlagern und in mehrere neue, teilweise sehr dicht zusammenliegende Niveaus aufspalten. Dieser Vorgang setzt sich beim Einfügen weiterer Atome fort, so dass ein aus einer großen Anzahl von Atomen aufgebaute Festkörper schließlich so viele eng beieinanderliegende Niveaus aufweist, dass sich Elektronen in bestimmten Bereichen praktisch kontinuierlich (in Energie *ändern*) bewegen können. Wichtig ist jedoch, dass dieses Modell auch sogenannte Bandlücken hervorbringt, in welchen sich die Elektronen nicht aufhalten können. Um dies zu erklären, ist es erforderlich, die möglichen Energiezustände des Elektrons in einem periodischen Gitter zu betrachten. (Hier genügt eine Beschränkung auf die erste Brillouinzone, an deren Rändern der Wellenvektor \vec{k} den Betrag $k = \pm \frac{\pi}{a}$ hat, wobei a die Gitterkonstante ist.)

Bei der Ausbreitung von Elektronen in Kristallen tritt Bragg-Reflexion der Elektronenwellen auf. Dies ist die Ursache für die Ausbildung von Energielücken im Bandschema. Während die Energie eines freien Elektrons quadratisch vom Impuls \vec{p} abhängt und somit eine Parabel $E(k) = \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m}$ in \vec{k} darstellt, ergibt sich durch die Wechselwirkung mit dem Gitter eine Aufspaltung des Parabelverlaufs, wie in Abb. 1 dargestellt.

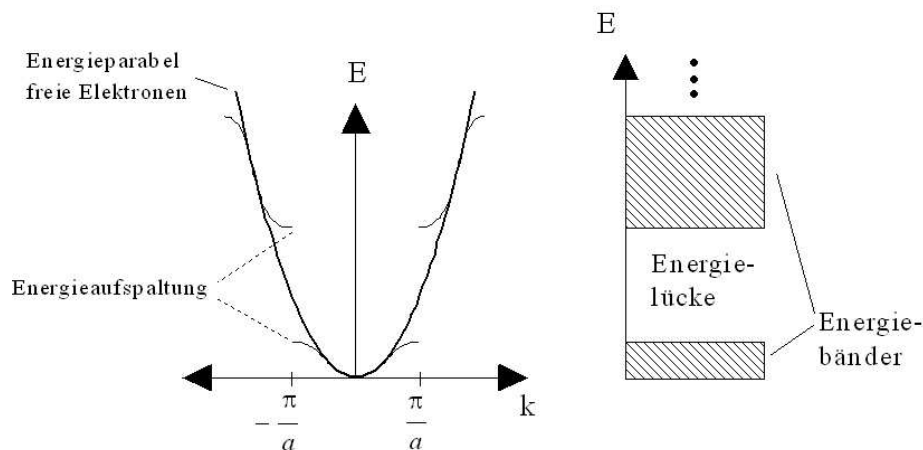


Abbildung 1: Entstehung der Bandlücke durch Aufspaltung der Energieparabel des Elektrons

Da die Reflexion nach der (eindimensionalen) Bragg-Bedingung $k = \pm n\pi/a$ gerade am Rand der Brillouin-Zonen stattfindet, überlagern sich dort einlaufende und auslaufende Welle. Es lassen sich durch Superposition zwei verschiedene stehende Wellen konstruieren:

$$\psi(+)=\exp(i\pi x/a)+\exp(-i\pi x/a)=2\cos(\pi x/a),$$

$$\psi(-)=\exp(i\pi x/a)-\exp(-i\pi x/a)=2i\sin(\pi x/a).$$

Dies führt zu unterschiedlichen Aufenthaltswahrscheinlichkeiten $\rho(\pm) = |\psi(\pm)|^2$ ($\rho(+)$: in der Nähe der Ionenrümpfe; $\rho(-)$: zwischen den Ionenrümpfen). Im einen Fall wird die potentielle Energie gegenüber der des freien Elektrons abgesenkt und im anderen Fall angehoben - dies entspricht dem in Abb. 1 gezeigten unterbrochenen Parabelverlauf der Energie. An den Bruchstellen entstehen Bandlücken der Breite E_g , welche gerade der Differenz der potentiellen Energien der Verteilungen $\rho(+)$ und $\rho(-)$ entspricht.

Diese sogenannte Gap-Energie liefert nun ein Kriterium zur Charakterisierung von Materialien als Leiter, Halbleiter oder Isolator (Abb. 2).

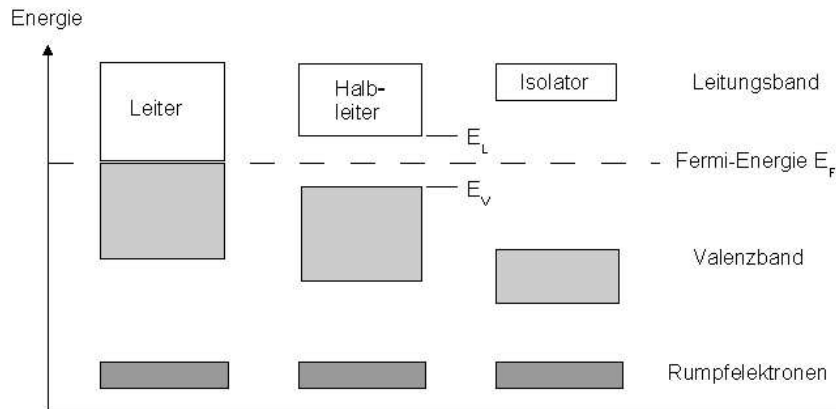


Abbildung 2: Unterscheidung von Leitern, Halbleitern und Isolatoren anhand des Bändermodells

Beim Leiter überlappen sich Valenzband und Leitungsband, d.h. letzteres ist immer zumindest teilweise mit Elektronen besetzt. Isolatoren dagegen weisen einen Bandabstand von mehr als ca. 3 eV zwischen Valenz- und Leitungsband auf. Damit ist es nur sehr wenigen Elektronen möglich, diese Differenz durch thermische Anregung zu überwinden; das Material ist nicht elektrisch leitend. Beim Halbleiter dagegen beträgt der Bandabstand weniger als 3 eV. Bei einer Temperatur von 0 K kommt auch hier keine Leitfähigkeit zustande, jede Temperaturerhöhung führt jedoch dazu, dass eine gewisse Anzahl von Elektronen ins Leitungsband angeregt wird. Man spricht hier von intrinsischer oder Eigenleitung.

Um die Leitfähigkeit von Halbleitern zu verbessern, kann man sie mit Fremdatomen dotieren. Die Donator- oder Akzeptorniveaus liegen dabei jeweils knapp unterhalb des Leitungsbandes bzw. unmittelbar oberhalb des Valenzbandes, so dass schon bei Raumtemperatur die thermische Energie der Elektronen in den Donatorzuständen ausreicht, um ins Leitungsband überzugehen; die Akzeptoratome geben dementsprechend ein Loch ans Valenzband ab. Beide Mechanismen führen zu einer Steigerung der Leitfähigkeit (n-Leitung, p-Leitung). Abb. 3 zeigt die Lage der Energieniveaus in beiden Fällen.



Abbildung 3: Energieniveaus bei n-dotierten (links) und p-dotierten (rechts) Halbleitern

Ein Vorteil der Dotierung ist, dass hier die Leitfähigkeit schon bei gewöhnlichen Temperaturen um ein Vielfaches höher liegt als bei Eigenleitung.

1.1.2 Freies Elektronengas und Zustandsdichte

Unter einem Fermigas freier Elektronen versteht man ein Gas aus freien Elektronen, welche dem Pauli-Prinzip gehorchen. Mit diesem relativ einfachen, im Folgenden kurz umrissenen Modell lassen sich bereits eine Reihe von Metalleigenschaften erklären. Die von Sommerfeld und Bethe aufgestellte Theorie geht zunächst von einem Elektron im unendlich tiefen, dreidimensionalen Potentialtopf eines kubischen Metallkristalls der Seitenlänge L aus. Die stationäre Schrödingergleichung für dieses Problem lautet

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\vec{r}) + V\psi(\vec{r}) = E'\psi(\vec{r}).$$

Dabei hat das Potential $V(\vec{r})$ die Werte $V_0 = \text{const.}$ für $0 \leq x, y, z \leq L$ und ∞ sonst. Setzt man $E = E' - V_0$ und beachtet die durch den unendlichen Potentialtopf vorgegebenen Rand- und Normierungsbedingungen, so erhält man die Lösung

$$\psi(\vec{r}) = (2/L)^{3/2} \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z).$$

Die Energieeigenwerte sind die eines freien Elektrons, also

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2).$$

Man hat jedoch aufgrund der Randbedingungen die Einschränkungen $k_i = \frac{\pi}{L}n_i$ mit $i = x, y, z$ und $n_i = 1, 2, 3, \dots$ zu beachten. Das Volumen eines Zustandes im dreidimensionalen \vec{k} -Raum ist durch den Abstand benachbarter erlaubter Werte gegeben. Die Flächen konstanter Energie werden durch Kugeln $E = \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m}$ gegeben. Die Zustandsdichte $D(E)$ entspricht dem Volumen einer solchen Kugelfläche geteilt durch das Volumen eines Einzelzustandes. Sie lautet unter Berücksichtigung der zwei möglichen Spinzustände:

$$D(E) = \frac{(2m)^{3/2} \sqrt{E}}{2\pi^2 \hbar^3}.$$

1.1.3 Fermi-Gas bei T=0 K und Fermi-Statistik

Im vorigen Abschnitt wurden Aussagen im Rahmen der Einelektronennäherung gemacht. Damit die Besetzung der Zustände mit den im Kristall zur Verfügung stehenden Elektronen der mittleren thermischen Energie des Systems entspricht, muss sie gemäß einer temperaturabhängigen Besetzungswahrscheinlichkeit $f(T, E)$ erfolgen. Die Elektronendichte $n = N/V$ (Anzahl pro Volumen) schreibt sich dann als

$$n = \int_0^\infty D(E) f(T, E) dE.$$

Für klassische Teilchen wäre $f(T, E)$ gerade die Boltzmann'sche Exponentialfunktion. Ihr zufolge müssten bei $T \rightarrow 0$ K alle Teilchen den tiefsten Energiezustand besetzen. Dies steht jedoch im Widerspruch zum Pauli-Prinzip, nach dem statt dessen die Energieniveaus vom tiefsten angefangen sukzessive bis zum letzten Elektron aufgefüllt werden. Die Fermi-Energie E_F bezeichnet gerade die Energie des obersten bei $T=0$ K besetzten Zustandes. Sie lässt sich durch $E_F = \frac{\hbar^2}{2m}(3\pi^2 n)^{2/3}$ ausdrücken.

Aus thermodynamischen Überlegungen lässt sich die Fermi-Dirac-Verteilung ableiten. Sie gibt die Besetzungswahrscheinlichkeit für einen Zustand der Energie E bei der Temperatur T unter Berücksichtigung des Pauli-Prinzips an:

$$f(T, E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - \mu}{k T}\right)}.$$

Für das chemische Potential μ gilt bei $T=0$ K: $\mu = E_F$. In jedem Fall gilt jedoch $f(E, T) = 0, 5$ für $E = \mu$. In Abb. 4 ist der Verlauf der Funktion für verschiedene Temperaturen dargestellt. Man sieht, dass die Rechteckform bei $T=0$ K für endliche Temperaturen „aufgeweicht“ wird.

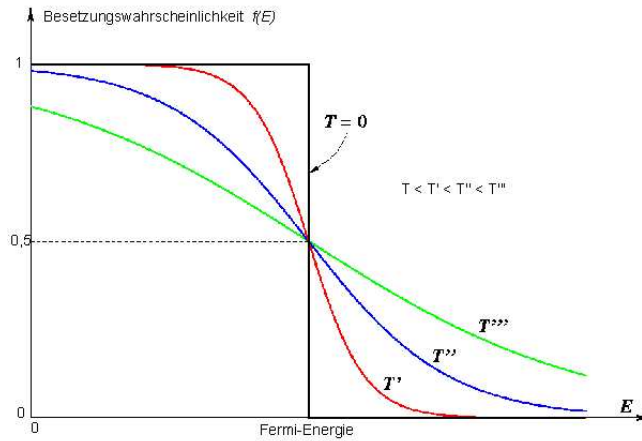


Abbildung 4: Fermi-Verteilungsfunktion für verschiedene Temperaturen

Für bestimmte Bedingungen kann die Fermi-Verteilung angenähert werden. Im Fall $E - E_F \gg 2 k T$, was in Halbleitern häufig erfüllt ist, gilt z.B. die (klassische) **Boltzmann-Näherung**

$$f(E, T) \sim \exp\left(-\frac{E - E_F}{k T}\right).$$

1.1.4 Effektive Masse

Durch einen Trick können die Bewegungsgleichungen für Elektronen so umgeschrieben werden, dass sie die Form der Newton'schen Grundgleichung erhalten: man führt eine *effektive Masse* m^* ein, in welcher bereits die Wechselwirkungen des Elektrons mit dem periodischen Kristallgitter enthalten sind. Das Elektron wird unter Einfluss eines äußeren \vec{E} - oder \vec{B} -Feldes relativ zum Gitter so beschleunigt, als wäre seine Masse gleich der effektiven Masse. Ist E die Energie des Elektrons, so definiert man

$$m^* = \hbar^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k^2}\right)^{-1}.$$

Der Wert von m^* kann positiv oder negativ sein. Für ein freies Elektron mit $E = \hbar^2 k^2 / (2m)$ gilt offenbar $m^* = m$. Im Bereich des Minimums bzw. Maximums eines parabolischen Bandes (d.h. bei geringer Krümmung des Energieverlaufes) bleibt die effektive Masse annähernd konstant, ansonsten hängt sie natürlich von k ab.

1.1.5 Eigenleitung und Störstellenleitung

Ähnlich wie bei Metallen lässt sich die Leitfähigkeit σ eines Halbleiters durch die Elementarladung e , die Ladungsträgerdichte (Volumenkonzentration) und die Beweglichkeit μ der Ladungsträger ausdrücken. Im Unterschied zum Metall gibt es hier jedoch zwei Beiträge, welche von den negativen bzw. positiven Ladungsträgern herrühren:

$$\sigma = |e| \cdot (n\mu_n + p\mu_p).$$

Ein weiterer Unterschied zum Metall besteht in der starken Temperaturabhängigkeit der Ladungsträgerdichten n und p , welche durch die Bandlücke E_g hervorgerufen wird, die erst durch thermische Anregung überwunden werden muss, bevor ein Ladungsträger zum Stromfluss beitragen kann.

Ladungsträgerdichte im intrinsischen Halbleiter

Für die Ladungsträgerkonzentrationen gilt:

$$n = \int_{E_L}^{\infty} D_L(E) f(E, T) dE; \quad p = \int_{-\infty}^{E_V} D_V(E) [1 - f(E, T)] dE.$$

Unter Annahme von $m^* = \text{const.}$ gilt für die Zustandsdichten analog zu Abschnitt 1.2:

$$D_L(E) = \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} \sqrt{E - E_L}, \quad (E > E_L),$$

$$D_V(E) = \frac{(2m_p^*)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} \sqrt{E_V - E}, \quad (E_V > E).$$

Mit Hilfe der Boltzmann-Näherung können die Integrale vereinfacht und ausgeführt werden, so dass man folgendes Ergebnis erhält:

$$n = 2 \cdot \left(\frac{m_n^* kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E_L - E_F}{kT}\right) =: N_L \cdot \exp\left(-\frac{E_L - E_F}{kT}\right),$$

$$p = 2 \cdot \left(\frac{m_p^* kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{kT}\right) =: N_V \cdot \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{kT}\right).$$

Hierbei sind N_L und N_V temperaturabhängige „effektive Zustandsdichten“. Multiplikation der beiden Ladungsträgerkonzentrationen liefert einen Ausdruck, welcher die Bandlücke E_g enthält:

$$n \cdot p = N_L N_V \cdot \exp\left(\frac{-E_g}{kT}\right).$$

Bis hierher wurde nicht vorausgesetzt, dass das Material eigenleitend ist; d.h. die obigen Überlegungen gelten *auch in Anwesenheit von Störstellen*. Betrachtet man allerdings einen Eigenleiter, so muss dieser insgesamt elektrisch neutral sein. Das Fermi-Niveau stellt sich also so ein, dass gilt:

$$n = p = \sqrt{N_L N_V} \cdot \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right), \quad \text{sowie}$$

$$E_F = \frac{1}{2}(E_L + E_V) + kT/2 \cdot \ln(N_V/N_L) = \frac{1}{2}E_g + \frac{3}{4}kT \cdot \ln(m_p^*/m_n^*).$$

Im Eigenleiter liegt die Fermi-Energie für $m_n^* = m_p^*$ also genau in der Mitte der Bandlücke. Die in diesem Versuch verwendeten Halbleiter haben bei $T = 300 \text{ K}$ folgende Eigenschaften:

	$E_g [\text{eV}]$	$n_i [\text{cm}^{-3}]$	$\mu_n [\text{cm}^2/\text{Vs}]$	$\mu_p [\text{cm}^2/\text{Vs}]$
Germanium	0,67	$2,4 \cdot 10^{13}$	3600	1800
Galliumarsenid	1,43	$5 \cdot 10^7$	8000	300

Ladungsträgerdichte im dotierten Halbleiter

Hier soll anhand von Abb. 5 kurz die Temperaturabhängigkeit der Ladungsträgerdichte n eines negativ dotierten Halbleiters diskutiert werden. Im n-Halbleiter werden Leitungselektronen entweder aus dem Valenzband oder von Donatoratomen geliefert. Bei genügend tiefer Temperatur sind nur sehr wenige Donatoratome ionisiert (Donator- oder Störstellenreserve). Ist N_D die Anzahl der Donatoren, so gilt näherungsweise $n \approx \sqrt{N_D N_L} \cdot e^{-E_d/(2kT)}$, wobei $E_d = E_L - E_D$. Die Dichte der Leitungselektronen steigt also exponentiell mit der Temperatur an.

Erhöht man also die Temperatur, so wird irgendwann der Sättigungsbereich erreicht, in dem alle Donatoren ionisiert sind (Störstellenschöpfung). Dann gilt $n \approx N_D = \text{const.}$, also ist die Leitfähigkeit hier nur sehr schwach temperaturabhängig. In erster Näherung spielen Elektronen, die aus dem Valenzband angeregt wurden, noch keine Rolle („reine“ Störstellenleitung).

Bei noch höheren Temperaturen tritt die Eigenleitung gegenüber der Störstellenleitung immer mehr in den Vordergrund, die Leitfähigkeit steigt wieder stärker mit der Temperatur an, bis schließlich die gleichen Verhältnisse wie bei eigenleitendem Material vorliegen (intrinsischer Bereich).

1.2 Der Hall-Effekt in Halbleitern

1.2.1 Allgemeine Erläuterung des Hall-Effekts

Die Skizze in Abb. 6 zeigt ein Leiterplättchen der Dicke d und Breite b , welches in x-Richtung von einem Strom I durchflossen wird. Die negativen Ladungsträger bewegen sich dabei entgegengesetzt zur (technischen) Stromrichtung. Legt man in z-Richtung ein homogenes äußeres Magnetfeld \vec{B} an, so kommt es durch die Lorentz-Kraft zur Änderung der Bewegungsrichtung der Ladungsträger. Ist v_x die Driftgeschwindigkeit, so hat die Lorentzkraft den Betrag $F_L = e \cdot v_x \cdot B_z$. Betrachtet man zum Beispiel positiv geladene Defektelektronen (Löcher), so stellt man fest, dass sie in negativer y-Richtung abgelenkt werden (Dreifingerregel). Sie sammeln sich also an der einen Seite des Leiters an, wogegen an der anderen Seite eine Verarmungszone entsteht. Dadurch baut sich ein elektrisches Feld in y-Richtung auf: zwischen den Seiten liegt eine messbare Spannung an, die sogenannte *Hall-Spannung* U_H . Geht man davon aus, dass in y-Richtung kein Strom fließt, so setzt sich die Ansammlung der Ladungsträger solange fort, bis sich ein Kräftegleichgewicht $F_L = F_{el}$ einstellt:

$$e \cdot v_x \cdot B_z = -e \cdot E_y.$$

Im Gleichgewicht fließt der Strom ungestört in x-Richtung weiter, und man kann die Hall-Spannung mittels eines Voltmeters mit hohem Innenwiderstand messen. Es gilt im Fall positiver Ladungsträger (mit $I_x = v_x \cdot e \cdot p \cdot b \cdot d$)

$$U_H = E_y \cdot b = -v_x \cdot B_z \cdot b = -\frac{B_z \cdot I_x}{p \cdot e \cdot d}$$

Nun kann man die sogenannte Hall-Konstante R_H definieren, für die gilt (mit $j_x = I_x/(b \cdot d)$):

$$R_H := \frac{1}{p \cdot e} = \frac{v_x}{j_x} = -\frac{E_y}{j_x \cdot B_z}, \quad \text{also}$$

$$U_H = -R_H \cdot \frac{I_x B_z}{d}.$$

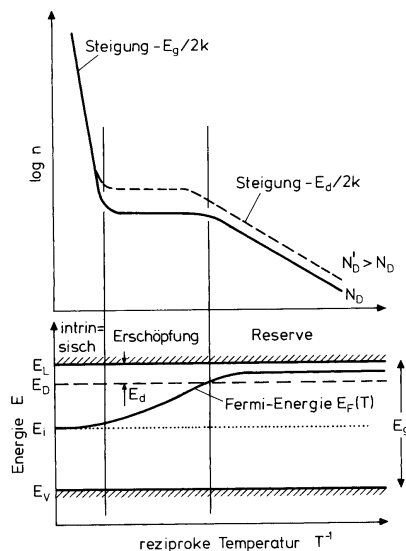


Abbildung 5: Temperaturabhängigkeit von Elektronenkonzentration und Fermi-Energie

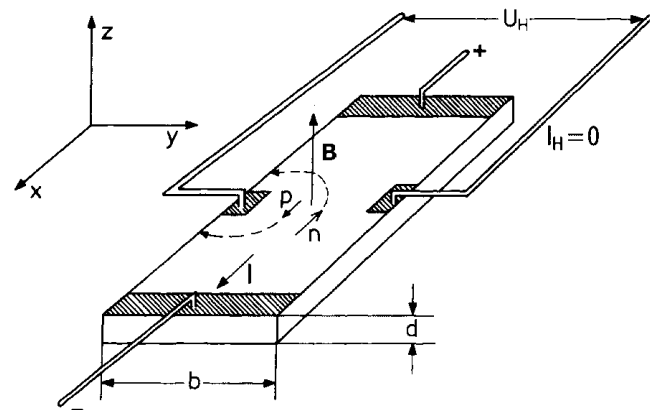


Abbildung 6: Skizze zur Erläuterung des Hall-Effekts

Kommt der Stromfluss nun durch Elektronen statt durch Löcher zustande, so kehrt das Hall-Feld seine Polarität um. Man definiert dann $R_H = -1/(n \cdot e)$. Da U_H und R_H dasselbe Vorzeichen haben, kann man aus der Polung der Hall-Spannung bzw. dem Vorzeichen der Hall-Konstanten Rückschlüsse auf

die Art der Majoritätsträger ziehen: $R_H < 0$ für Elektronen und $R_H > 0$ für Löcher. Da in Halbleitern die Ladungsträgerkonzentrationen viel geringer sind als in Metallen, haben Halbleiter üblicherweise eine deutlich größere Hall-Konstante (d.h. der Hall-Effekt tritt in Halbleitern sehr viel stärker auf als in Metallen). Wenn der Strom sowohl durch Elektronen als auch durch Löcher getragen wird, ergibt sich die Beziehung

$$R_H = \frac{\mu_p^2 p + \mu_n^2 n}{e(\mu_p p + \mu_n n)^2}.$$

Da die Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger v_x jedoch nicht einheitlich ist, sondern einer thermischen Geschwindigkeitsverteilung (Maxwell-Boltzmann) folgt, ist das Einfügen eines multiplikativen Korrekturfaktors r erforderlich: $R_H = \pm r/(e \cdot \varrho)$, wobei $\varrho = n, p$. Dieser Faktor hängt von der Art des Streuprozesses ab, welcher bei der gegebenen Temperatur dominiert, und berücksichtigt so die unterschiedlichen Beweglichkeiten der einzelnen Teilchen. Zusätzlich ist der Wert von r für Elektronen und Löcher verschieden, da die Eigenschaften des Leitungs- und Valenzbandes eine wichtige Rolle spielen.

1.2.2 Charakteristische Größen

Die Leitfähigkeit σ eines Halbleiters lässt sich durch Messung des spezifischen Widerstandes ρ gemäß der Beziehung $\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{j_x}{E_x}$ bestimmen. Das Ohmsche Gesetz besagt, dass für nicht zu starke elektrische Felder die mittlere Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger proportional zur Feldstärke ist; die Proportionalitätskonstante ist die Beweglichkeit μ : $v_x = \mu \cdot E_x$. Sind σ und R_H bekannt, so berechnet sich die sogenannte *Driftbeweglichkeit* nach

$$\mu_p = \frac{\sigma}{e p} = \frac{R_H \sigma}{r} \quad \text{bzw.} \quad \mu_n = \frac{\sigma}{e n} = -\frac{R_H \sigma}{r}.$$

Die *Hallbeweglichkeit* definiert man als $\mu_H := |R_H \cdot \sigma|$. Es gilt also der Zusammenhang $\mu_H = r \cdot \mu$.

1.2.3 Streuprozesse und Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit

Um die Eigenschaften des Ladungsträgertransports in Halbleitern zu verstehen, ist es wichtig, die Streuprozesse im Inneren des Materials zu kennen. Dabei handelt es sich im wesentlichen um zwei Effekte:

1. **Phononenstreuung**, auch thermische Gitterstreuung genannt. Die Atome des Kristallgitters führen aufgrund ihrer thermischen Energie Schwingungen um die Gleichgewichtslage aus. Ähnlich wie man elektromagnetischen Wellen das Photon zuordnet, kann man auch die Gitterschwingungen mit Hilfe von Teilchen (den Phononen) beschreiben. Die Ladungsträger im Kristall werden also durch Stöße mit diesen Phononen aus ihrer ursprünglichen Bewegungsrichtung abgelenkt. Man unterscheidet akustische und optische Phononen (entsprechend gleichphasiger bzw. gegenphasiger Schwingungen der Atome innerhalb einer Elementarzelle). Für Stöße mit akustischen Phononen ist der Streuquerschnitt proportional zur Temperatur; für die Beweglichkeit findet man hier $\mu_{Ph} \sim T^{-3/2}$ (siehe Abb. 7).
2. **Störstellenstreuung**. Hier treten Streuvorgänge an (ionisierten) Donatoren und Akzeptoren sowie an Gitterdefekten (Fehlstellen, Versetzungen) auf. Man hat also zwischen der Streuung an neutralen und ionisierten Störstellen zu unterscheiden. Die Streuwahrscheinlichkeit für ionisierte Defekte ist proportional zur Konzentration N_{St} der Störstellen und zeigt eine Temperaturabhängigkeit mit $T^{-3/2}$. Daher gilt für die Beweglichkeit $\mu_{St} \sim T^{3/2}$.

Durch das Zusammenwirken dieser beiden Mechanismen kommt der in Abb. 7 gezeigte Verlauf der Beweglichkeit mit der Temperatur zustande. Bei niedrigen Temperaturen dominiert die Streuung an ionisierten Störstellen, bei hohen Temperaturen dann die Streuung an Phononen.

Im Gegensatz zu den oben genannten Prozessen beeinflussen Kollisionen zwischen Ladungsträgern derselben Art den Ladungstransport nicht, da hierbei im Mittel der Gesamtimpuls erhalten bleibt.

Die verschiedenen Streuprozesse können durch ihre *Relaxationszeit* τ (= mittlere Zeit zwischen zwei

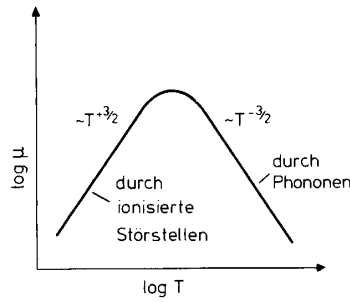


Abbildung 7: Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit μ

Stößen) charakterisiert werden. Bei mehreren Streumechanismen fasst man die einzelnen Relaxationszeiten zusammen gemäß

$$\frac{1}{\tau} = \sum_i \frac{1}{\tau_i}.$$

Die Beweglichkeit ist der Gesamtrelaxationszeit proportional: $\mu \sim \tau$. Ist die Temperaturabhängigkeit der einzelnen Streuprozesse bekannt, so lassen sich aus der experimentellen Bestimmung der Hall-Beweglichkeit Aussagen über die vorherrschende Art des Streumechanismus machen.

1.2.4 Schichtspezifische Größen

Die Bestimmung der Dicke der dotierten Schicht birgt eine relativ große Unsicherheit. Daher ist es sinnvoll, von d unabhängige, schichtspezifische Größen zu definieren:

- Widerstand der Schicht pro Flächeneinheit: $\rho_s = \frac{\rho}{d}$, $[\rho_s] = \Omega$.
- Hall-Konstante der Schicht: $R_{Hs} = \frac{R_H}{d}$, $[R_{Hs}] = \frac{\text{cm}^2}{\text{A s}}$.
- elektrische Leitfähigkeit der Schicht: $\sigma_s = \frac{\sigma}{d} = \frac{1}{\rho_s}$, $[\sigma_s] = \Omega^{-1}$.

Aus der Messung des Hall-Effekts ergibt sich die Ladungsträgerkonzentration pro Schicht:

$$n_s = |r/(e \cdot R_{Hs})|, \quad p_s = |r'/(e \cdot R_{Hs})|, \quad \text{Einheit: cm}^{-2}.$$

Aus den Widerstandsmessungen und den Hall-Effekt-Messungen lässt sich die Hall-Beweglichkeit ermitteln:

$$\mu_H = \left| \frac{R_{Hs}}{\rho_s} \right| = \left| \frac{R_H}{\rho} \right|, \quad \text{Einheit: cm}^2/\text{Vs}.$$

μ_H hängt also nicht von der Schichtdicke d ab.

1.2.5 Weitere auftretende Spannungen

Außer der Hall-Spannung haben wir es in diesem Versuch noch mit weiteren Spannungen zu tun, welche durch verschiedene Effekte verursacht werden. Es handelt sich hierbei um Kontaktpotentiale, Parallelspannungen und thermoelektrische Potentiale.

- **Seebeck- und Peltier-Effekt**

Hierbei handelt es sich um thermoelektrische Effekte. Besteht in der Probe zwischen zwei Kontakten eine Temperaturdifferenz, führen die unterschiedlichen elektro-chemischen Potentiale zu einer Diffusion der Ladungsträger, bis dadurch ein entgegengesetztes Feld der gleichen Größe aufgebaut ist (Gleichgewichtszustand: es wandern ebensoviele Ladungsträger durch Diffusion in

die eine Richtung wie aufgrund des Feldes in die andere Richtung bewegt werden). Die Thermospannung ist dann durch die Differenz der temperaturabhängigen Kontaktspannungen gegeben: $U_{th} = \frac{k}{e} \ln \frac{n_1}{n_2} \cdot (T_1 - T_2)$. Dabei sind n_1, n_2 die Teilchenzahldichten. Der inverse Prozess zum Seebeck-Effekt heißt Peltier-Effekt.

- **Hall-Effekt und Ettinghausen-Effekt**

Dies sind sogenannte galvano-magnetische Effekte. Sie treten nur auf, wenn ein Magnetfeld an die Probe angelegt wird. Während der Stromfluss durch die magnetfelddurchsetzte Probe eine Hall-Spannung hervorruft, entsteht gleichzeitig ein transversales Temperaturgefälle $\Delta T \propto \frac{B \cdot I}{d}$ (man beachte die Analogie zur Hall-Spannung!). Hierdurch kommt eine Ladungsträgerverschiebung und damit eine Potentialdifferenz zustande, welche parallel zur Hall-Spannung gerichtet ist.

- **Righi-Leduc- und Nernst-Effekt**

Neben den galvano-magnetischen Effekten treten auch noch thermo-magnetische Prozesse auf. Der Righi-Leduc-Effekt ist das Analogon zum Hall-Effekt, nur dass statt des elektrischen Stromes ein Wärmestrom in x-Richtung Ursache für das Entstehen einer Spannung ist. Der longitudinale Temperaturgradient bewirkt eine thermische Bewegung der Ladungsträger. Durch das Magnetfeld werden schnelle und langsame Ladungsträger unterschiedlich stark abgelenkt. Somit entsteht ein transversales Temperaturgefälle, analog zur Potentialdifferenz beim Hall-Effekt. Dies ist wiederum die Ursache für eine Ladungsträgerverschiebung, welche eine Spannung hervorruft.

Beim Nernst-Effekt kommt ebenfalls eine Ablenkung der Ladungsträger aufgrund eines Temperaturgradienten in der Probe zustande. Die dadurch entstehende Spannung ist durch die Beziehung $U_N = -Q \frac{\Delta T_\ell}{\ell} \cdot B \cdot b$ gegeben. Hierbei ist Q der Nernst-Koeffizient, b die Breite und ℓ die Länge der Probe.

Außer der Ettinghausen-Spannung lassen sich diese Effekte durch das in Abschnitt 3 beschriebene Messverfahren zumindest teilweise aus den Messwerten eliminieren. Allerdings ist der verfälschende Einfluss der Ettinghausen-Spannung vernachlässigbar klein (er liegt außerhalb der Messgenauigkeit).

2 Aufbau des Versuchs und Messmethode

2.1 Van der Pauw-Methode

2.1.1 Van der Pauw-Theorem

Wir benötigen ein Verfahren, um den spezifischen Widerstand ρ für eine nicht ideal stabförmige Halbleiterprobe zu bestimmen. Hierzu eignet sich das van der Pauw-Verfahren. Das zugrundeliegende Theorem ist für eine unregelmäßig geformte Probe gültig, solange sie homogen dotiert, flach und einfach zusammenhängend ist, also keine Löcher aufweist. Es sind vier Kontakte (A,B,C,D) erforderlich, welche hinreichend klein und am Rand der Probe angebracht sein sollen.

Werden zwei Widerstände

$$R_{AB,CD} = \frac{|V_{CD}|}{I_{AB}},$$

$$R_{BC,DA} = \frac{|V_{DA}|}{I_{BC}}$$

gemäß der Beschaltung in Abb. 8 gemessen, so besagt das van der Pauw-Theorem:

$$\exp\left(-\pi \frac{d}{\rho} R_{AB,CD}\right) + \exp\left(-\pi \frac{d}{\rho} R_{BC,DA}\right) = 1.$$

Nach der gesuchten Größe ρ ist diese Gleichung nicht analytisch lösbar, so dass auf ein numerisches Verfahren zurückgegriffen werden muss. Dazu wird der van der Pauw-Faktor f eingeführt:

$$f\left(\frac{R_{AB,CD}}{R_{BC,DA}}\right) = \rho \frac{\ln 2}{\pi d} \frac{2}{R_{AB,CD} + R_{BC,DA}},$$

der sich iterativ berechnen lässt. Wir erhalten die Werte von f jedoch aus der Auftragung in Abb. 9 (entnommen aus der Diplomarbeit von G. Rohrlack).

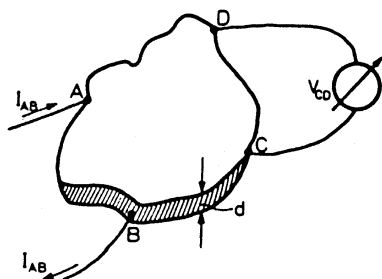


Abbildung 8: Skizze zur Erläuterung des Theorems

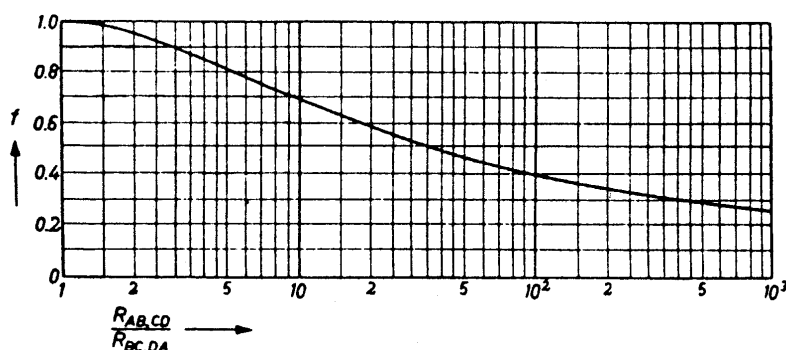


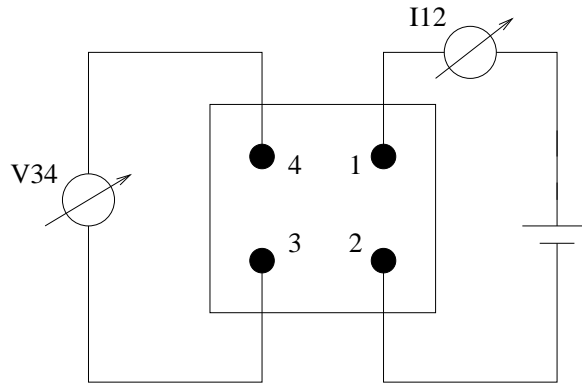
Abbildung 9: Auftragung des van der Pauw-Faktors f

Der spezifische Widerstand lässt sich schließlich nach folgender Formel berechnen:

$$\rho = \frac{\pi d}{\ln 2} \frac{R_{AB,CD} + R_{BC,DA}}{2} \cdot f.$$

Man kann f auch als Korrekturfaktor sehen, welcher Kontaktanordnung und mögliche Asymmetrien der Probenform berücksichtigt.

Sowohl bei der Widerstands- als auch bei der Hall-Effekt-Messung ist es sinnvoll, systematische Fehler durch geeignete Mittelwertbildung zu minimieren.



2.1.2 Messung des spezifischen Widerstands ρ

Für jedes Kontaktpaar werden zwei Spannungen gemessen (z.B. für die Kontakte 3, 4), wobei die zweite Messung jeweils mit umgekehrter Stromrichtung erfolgt. Dieses Verfahren ermöglicht es, eventuelle Kontaktpotentiale V_{C1} , V_{C2} für die Kontakte 3 und 4 sowie thermische Potentiale V_{th+} für $+I$ und V_{th-} für $-I$ zu eliminieren. Die Spannung

$$\frac{V1 - V2}{2} = \frac{1}{2}[(V_R + V_{C1} + V_{C2} + V_{th}) - (-V_R + V_{C1} + V_{C2} + V_{th})] = \frac{1}{2}[2 V_R + V_{th} - V_{th}] \approx V_R$$

ist im Falle höchstens geringer Temperaturschwankungen während der Messung nur vom Widerstand des Halbleiters abhängig.

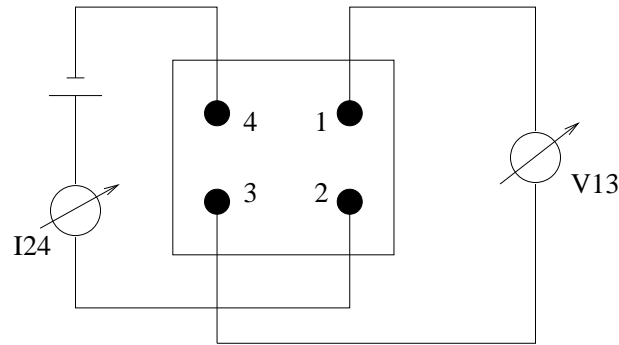
Nr.	Strom	Spannung	Schalterpos. I	Schalterpos. U
1	1 - 2	V1: 3 - 4	1	1
2	2 - 1	V2: 3 - 4	2	1
3	2 - 3	V3: 4 - 1	3	2
4	3 - 2	V4: 4 - 1	4	2
5	3 - 4	V5: 1 - 2	5	3
6	4 - 3	V6: 1 - 2	6	3
7	4 - 1	V7: 2 - 3	7	4
8	1 - 4	V8: 2 - 3	8	4

Man berechnet nun für jede Zeile den Widerstand und bildet Mittelwerte für die Messungen (1,2) und (3,4), d.h. bei jeweils gleichem Strom:

$$R_{12,34} = \frac{|V1 - V2|}{2I} \quad \text{bzw.} \quad R_{23,41} = \frac{|V3 - V4|}{2I}.$$

Dies liefert den spezifischen Widerstandswert ρ_1 . Verfährt man für die Messzeilen 5 - 8 analog, bekommt man ρ_2 und kann hieraus wieder den Mittelwert bilden.

2.1.3 Messung des Hall-Effekts



Hier werden Ströme und Spannungen jeweils an diagonal gegenüberliegenden Kontakten gemessen. Senkrecht zum Leiter wird ein Magnetfeld angelegt. Um die Hall-Konstante zu bestimmen, werden 10 Messungen durchgeführt. In der Tabelle bedeutet +B: Südpol zur Probe gerichtet, -B: Nordpol zur Probe gerichtet, 0: Magnet von der Probe entfernen.

Nr.	B-Feld	Strom	Spannung	Schalterpos. I	Schalterpos. U
1	+B	2 - 4	V1: 1 - 3	9	5
2	+B	4 - 2	V2: 1 - 3	10	5
3	+B	1 - 3	V3: 4 - 2	11	8
4	+B	3 - 1	V4: 4 - 2	12	8
5	-B	2 - 4	V5: 1 - 3	9	5
6	-B	4 - 2	V6: 1 - 3	10	5
7	-B	1 - 3	V7: 4 - 2	11	8
8	-B	3 - 1	V8: 4 - 2	12	8
9	0	2 - 4	V9: 1 - 3	9	5
10	0	4 - 2	V10: 1 - 3	10	5

Messung mit Nullfeld

Da die Kontakte 1 und 3 im allgemeinen nicht auf gleichem Potential liegen, wird auch ohne äußeres Magnetfeld zwischen ihnen bereits eine Spannung gemessen. Baut man ein Magnetfeld senkrecht zur Probe auf, so misst man eine Spannungsdifferenz ΔV_{13} , die gleich der Hallspannung ist:

$$\Delta R_{24,13} = \frac{V_{13}(B) - V_{13}(0)}{I_{24}} = \frac{V1 - V9}{I_{24}} = \frac{V_H}{I_{24}}.$$

Daraus folgt für die Hall-Konstante

$$R_H = d \cdot \frac{V_{13}(B) - V_{13}(0)}{I_{24} \cdot B}.$$

Um die Hallspannung zu erhalten, wird von jeder Spannungsmessung mit Magnetfeld also das Äquivalent ohne Magnetfeld abgezogen und über je zwei Werte gemittelt, um den Fehler zu reduzieren:

$$V_{H+} = \frac{(V1 - V9) - (V2 - V10)}{2}, \quad V_{H-} = -\frac{(V5 - V9) - (V6 - V10)}{2}.$$

Daraus bekommt man zwei Werte für die Hall-Konstante (+ und - bezeichnen wieder die Richtungen des Magnetfeldes):

$$R_{H+} = d \cdot \frac{V_{H+}}{I B_+}, \quad R_{H-} = d \cdot \frac{V_{H-}}{I B_-}.$$

Der Sinn dieser zweifachen Berechnung liegt darin, eine mögliche Abhängigkeit des Betrags der Hall-Konstanten von der Magnetfeldrichtung festzustellen.

Messung ohne Nullfeld

Auch ohne Nullfeldmessung kann die Hall-Konstante bestimmt werden. Die Spannungen können zerlegt werden in

$$V(+I, +B) = V_H + V_0 + V_E + V_{th} + V_N + V_{RL}$$

$$V(-I, +B) = -V_H - V_0 - V_E + V_{th} + V_N + V_{RL}$$

$$V(+I, -B) = -V_H + V_0 - V_E + V_{th} - V_N + V_{RL}$$

$$V(-I, -B) = V_H - V_0 + V_E + V_{th} - V_N - V_{RL},$$

wobei V_H = Hall-Spannung, V_0 = Parallelspannung, V_E = Ettinghausen-Spannung, V_N = Nernst-Spannung, V_{RL} = Righi-Leduc-Spannung.

Die Hallkonstanten ermitteln sich hier folgendermassen:

$$R_{H1} = \frac{d}{B \cdot I} \cdot \frac{(V1 - V2) - (V5 - V6)}{4}, \quad R_{H2} = \frac{d}{B \cdot I} \cdot \frac{(V3 - V4) - (V7 - V8)}{4}.$$

Das arithmetische Mittel liefert dann

$$R_H = \frac{R_{H1} + R_{H2}}{2}.$$

2.2 Versuchsaufbau

Der Aufbau des Versuch ist schematisch in Abbildung 10 gezeigt. Die Probe befindet sich während des Versuchs in einem Kryostaten, der mit zwei Vakuumpumpen evakuiert wird. Dies dient der Reduzierung von Wärmeleitung und beschleunigt die Kühlung. Gekühlt wird mit Hilfe von flüssigem Stickstoff. An der Probe sind Leitungen befestigt, die der Messung der verschiedenen Spannungen und der Stromdurchleitung dienen. Außerdem befindet sich an der Probe ein Widerstand, mit dem sich die Temperatur regeln lässt. Dieser ist nicht im Schema eingezeichnet. Anhand der Spannung, die am Widerstand abfällt, lässt sich mit einer Tabelle die Temperatur innerhalb der Versuchsanordnung bestimmen. Da die Tabelle auf 20°C geeicht ist, die Raumtemperatur während des Versuchs jedoch 25°C betrug, führen wir später eine Umrechnung durch.

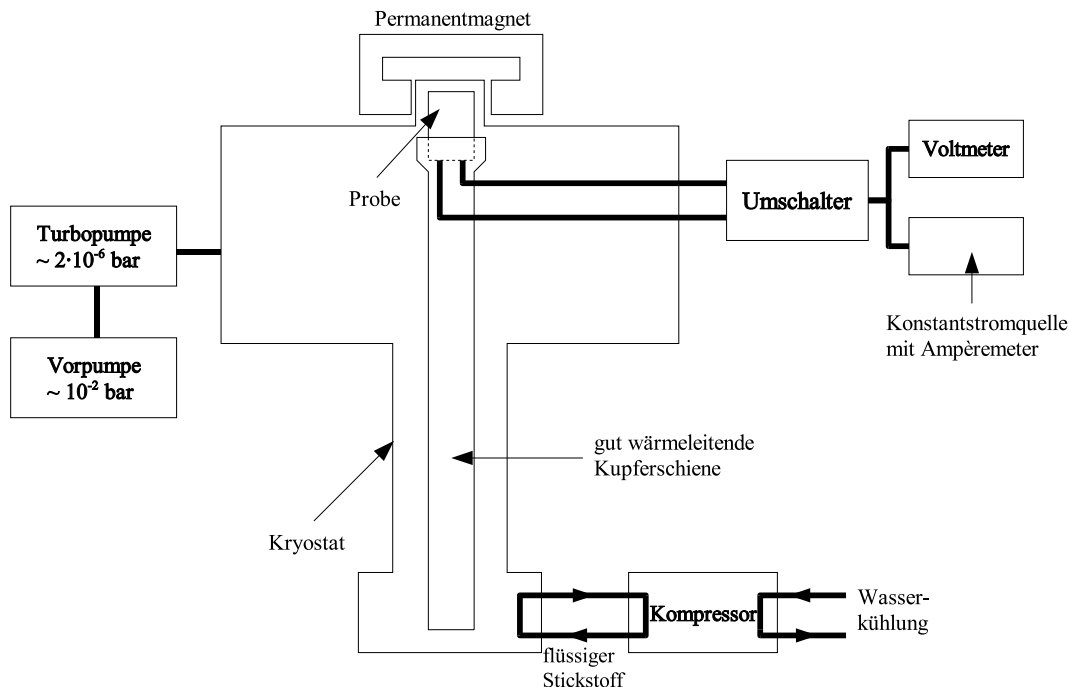


Abbildung 10: Schematischer Versuchsaufbau

3 Versuchsdurchführung und -auswertung

3.1 Messung bei Raumtemperatur

Am ersten Versuchstag wurden die Messungen an beiden Halbleiterproben bei Raumtemperatur (24°C) durchgeführt. Die Stromstärke haben wir auf (10,00±0,01) μA eingestellt; dieser Wert wurde während der gesamten Messungen nicht mehr verändert.

3.1.1 Messung des spezifischen Widerstandes der Ge-Probe bei Raumtemperatur

In Tabelle 1 sind die Spannungsmesswerte unserer fünf Messreihen aufgeführt. Aus den aufgeführten Werten bilden wir jeweils Mittelwerte und nehmen die Standardabweichung und einen geschätzten Ablesefehler von ±0,0002 mV als Gesamtfehler an.

Größe	Messreihe 1	Messreihe 2	Messreihe 3	Messreihe 4	Messreihe 5	Mittelwert
V1 [mV]	-0,0247	-0,0238	-0,0235	-0,0235	-0,0234	-0,02378 ± 0,00064
V2 [mV]	0,0230	0,0237	0,0240	0,0239	0,0241	0,02374 ± 0,00056
V3 [mV]	-0,0199	-0,0196	-0,0194	-0,0194	-0,0194	-0,01954 ± 0,00038
V4 [mV]	0,0189	0,0190	0,0192	0,0192	0,0193	0,01912 ± 0,00033
V5 [mV]	-0,0215	-0,0216	-0,0216	-0,0219	-0,0217	-0,02166 ± 0,00032
V6 [mV]	0,0259	0,0260	0,0258	0,0258	0,0257	0,02584 ± 0,00029
V7 [mV]	-0,0187	-0,0186	-0,0187	-0,0186	-0,0187	-0,01866 ± 0,00024
V8 [mV]	0,0201	0,0201	0,0200	0,0201	0,0201	0,02008 ± 0,00024

Tabelle 1: Messdaten und Mittelwerte aller fünf Messreihen für Germanium

Gemäß der Beschreibung der Messmethode errechnen wir daraus die verschiedenen Widerstände und die benötigten Quotienten. Beispielsweise gilt

$$R(12, 34) = \frac{|V1 - V2|}{2I} \pm \frac{1}{2I} \sqrt{(\Delta V1)^2 + (\Delta V2)^2 + \left(\frac{|V1 - V2|}{I}\right)^2 (\Delta I)^2}$$

$$\Delta \frac{R(12, 34)}{R(23, 41)} = \sqrt{\left(\frac{\Delta R(12, 23)}{R(23, 41)}\right)^2 + \left(\frac{R(12, 34)}{R^2(23, 41)} \Delta R(23, 41)\right)^2}$$

Für die übrigen Widerstandswerte und deren Quotienten verfährt man analog.

Als nächstes muss nun der van der Pauw-Faktor f bestimmt werden. Da die uns zur Verfügung stehende grafische Auftragung keine genauere Ablesung als bis zur ersten Nachkommastelle des Widerstandsquotienten erlaubt, nehmen wir den Wert von f an der Stelle $\frac{R(12,34)}{R(23,41)} \approx 1,2$ bzw. $\frac{R(56,78)}{R(67,85)} \approx 1,2$. Dadurch erhalten wir $f = 1,00 \pm 0,01$. Offenbar ist der Ablesefehler hier um einiges größer als der Fehler aus der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung. Die vergleichsweise geringen Fehler der Messwerte kommen hier kaum zum Tragen.

Damit kann nun der Wert des schichtspezifischen Widerstandes der Germanium-Probe bestimmt werden. Es gilt

$$\rho_{s1} = \frac{\rho_1}{d} = \frac{\pi}{\ln 2} \cdot \frac{R(12, 34) + R(23, 41)}{2} \cdot f$$

Und für den Fehler:

$$\Delta \rho_{s1} = \frac{\pi}{2 \ln 2} \cdot \sqrt{f^2 (\Delta R(12, 34))^2 + f^2 (\Delta R(23, 41))^2 + (R(12, 34) + R(23, 41))^2 (\Delta f)^2}$$

Eine analoge Rechnung für die Messzeilen 5 bis 8 liefert ρ_{s2} . Daraus bildet man schließlich noch den Mittelwert:

$$\rho_s = \frac{\rho_{s1} + \rho_{s2}}{2} \pm \sqrt{(\Delta \rho_{s1}/2)^2 + (\Delta \rho_{s2}/2)^2}$$

Und erhält den spezifischen Widerstand der Probe. Die spezifische Leitfähigkeit ergibt sich daraus als der Kehrwert:

$$\sigma_s = \frac{1}{\rho_s} \pm \frac{\Delta\rho_s}{\rho_s^2} = (0,102 \pm 0,001) \Omega^{-1}.$$

Tabelle 2 zeigt unsere Ergebnisse:

$R(12, 34)[\Omega]$	$2,376 \pm 0,042$	$R(56, 78)[\Omega]$	$2,375 \pm 0,022$
$R(23, 41)[\Omega]$	$1,933 \pm 0,025$	$R(67, 85)[\Omega]$	$1,937 \pm 0,017$
$R(12, 34)/R(23, 41)$	$1,229 \pm 0,018$	$R(56, 78)/R(67, 85)$	$1,226 \pm 0,010$
$\rho_{s1}[\Omega]$	$9,765 \pm 0,149$	$\rho_{s2}[\Omega]$	$9,772 \pm 0,116$
$\rho_s[\Omega]$	$9,768 \pm 0,094$	$\sigma_s[\Omega^{-1}]$	$0,102 \pm 0,001$

Tabelle 2: Auswertung der Messung des spezifischen Widerstandes von Ge bei Raumtemperatur

3.1.2 Messung des spezifischen Widerstandes der GaAs-Probe bei Raumtemperatur

Die Messung im Fall der Galliumarsenid-Probe verlief genau wie beim Germanium. Bei der Auswertung sind die gleichen Schritte wie oben zu wiederholen. Es war bei der GaAs-Probe wesentlich schwieriger, die Spannungswerte korrekt abzulesen, da diese über einen längeren Zeitraum hinweg noch anstiegen und sich erst nach einiger Zeit auf einen bestimmten Wert einstellten. Dieses Verhalten soll durch einen größeren Ablesefehler von 0,001 mV berücksichtigt werden.

Größe	Messreihe 1	Messreihe 2	Messreihe 3	Messreihe 4	Messreihe 5	Mittelwert
V1 [mv]	-8,2898	-8,2942	-8,2982	-8,3014	-8,3038	$-8,2975 \pm 0,0060$
V2 [mV]	8,2899	8,2954	8,2993	8,3026	8,3054	$8,2985 \pm 0,0065$
V3 [mV]	-15,3932	-15,4007	-15,4043	-15,4121	-15,4161	$-15,4053 \pm 0,0091$
V4 [mV]	15,3905	15,3975	15,4047	15,4092	15,4140	$15,4032 \pm 0,0094$
V5 [mV]	-8,2883	-8,2923	-8,2964	-8,2994	-8,3022	$-8,2957 \pm 0,0060$
V6 [mV]	8,2971	8,3004	8,3042	8,3070	8,3094	$8,3036 \pm 0,0054$
V7 [mV]	-15,3898	-15,3956	-15,4029	-15,4074	-15,4116	$-15,4015 \pm 0,0089$
V8 [mV]	15,4018	15,4072	15,4143	15,4180	15,4216	$15,4126 \pm 0,0082$

Tabelle 3: Messdaten und Mittelwerte aller fünf Messreihen für Galliumarsenid

Die berechneten Widerstandswerte können aus Tabelle 4 entnommen werden. Wie man sieht, sind hier $R(23,41)$ bzw. $R(67,85)$ jeweils die größeren Werte des Paares, so dass der Widerstandsquotient im Vergleich zur Tabelle für Germanium umgekehrt wurde. Dieses Vorgehen war notwendig, da der aufgetragene Verlauf des Korrekturfaktors f bei 1 beginnt. Da die Definition der Kontaktreihenfolge sowieso willkürlich war, sollten sich hierdurch keine Probleme ergeben.

Für den Korrekturfaktor f lesen wir aus dem Graphen an der Stelle 1,86 den Wert $f = 0,96 \pm 0,02$ ab.

$R(12, 34)[\Omega]$	$829,80 \pm 0,94$	$R(56, 78)[\Omega]$	$829,97 \pm 0,92$
$R(23, 41)[\Omega]$	$1540,42 \pm 0,65$	$R(67, 85)[\Omega]$	$1540,70 \pm 1,65$
$R(23, 41)/R(12, 34)$	$1,8564 \pm 0,0022$	$R(67, 85)/R(56, 78)$	$1,8563 \pm 0,0029$
$\rho_{s1}[\Omega]$	5157 ± 107	$\rho_{s2}[\Omega]$	5157 ± 108
$\rho_s[\Omega]$	$9,768 \pm 76$	$\sigma_s[\Omega^{-1}]$	$1,939 \pm 0,028$

Tabelle 4: Auswertung der Messung des spezifischen Widerstandes von GaAs bei Raumtemperatur

3.1.3 Bestimmung der Hall-Konstanten von Germanium bei Raumtemperatur

Zur Messung der Hall-Konstanten wird auf die Versuchsapparatur der Magnet aufgesetzt. Er liefert ein Magnetfeld von $B = 0,138 \pm 0,001$ T. Dieser Wert wurde vorgegeben. Entsprechende der in der Beschreibung des Messverfahrens angegebenen Tabelle wurde der Magnet umgepolt oder für die Messung der Spannungen $V9$ und $V10$ entfernt. In Tabelle 5 befinden sich die gemessenen Werte der 5 Messreihen. Der Fehler der Mittelwerte setzt sich zusammen aus Standardabweichung und einem angenommenen Ablesefehler $\Delta U = \pm 0,0002$ V.

Größe	Messreihe 1	Messreihe 2	Messreihe 3	Messreihe 4	Messreihe 5	Mittelwert
V1 [mV]	-0,0066	-0,0067	-0,0066	-0,0066	-0,0066	-0,00662 ± 0,00024
V2 [mV]	0,0111	0,0111	0,0111	0,0111	0,0111	0,01110 ± 0,00020
V3 [mV]	0,0016	0,0015	0,0016	0,0016	0,0016	0,00158 ± 0,00024
V4 [mV]	0,0015	0,0016	0,0016	0,0017	0,0017	0,00162 ± 0,00027
V5 [mV]	0,0024	0,0023	0,0024	0,0023	0,0024	0,00236 ± 0,00024
V6 [mV]	0,0025	0,0024	0,0023	0,0024	0,0023	0,00238 ± 0,00027
V7 [mV]	0,0103	0,0102	0,0103	0,0104	0,0103	0,01030 ± 0,00026
V8 [mV]	-0,0074	-0,0075	-0,0075	-0,0075	-0,0074	-0,00746 ± 0,00024
V9 [mV]	-0,0023	-0,0024	-0,0024	-0,0024	-0,0025	-0,00240 ± 0,00026
V10 [mV]	0,0066	0,0066	0,0065	0,0065	0,0065	0,00654 ± 0,00024

Tabelle 5: Messdaten aller fünf Messreihen für Germanium

Gemäß der beschriebenen Messmethode bestimmen wir die Hall-Konstante auf zwei verschiedene Weisen. Einmal mit und einmal ohne Berücksichtigung des Nullfeldes.

Bestimmung mit Nullfeld

Es ergeben, sich nach Berechnung mit den im Kapitel 2.1.3 angegebenen Beziehungen, folgende Werte:

$V_{H+} [\mu V]$	$V_{H-} [\mu V]$	$R_{Hs+} [\Omega]$	$R_{Hs-} [\Omega]$	$R_{Hs} [\Omega]$
-4,39 ± 0,24	-4,46 ± 0,25	-3,18 ± 0,17	-3,23 ± 0,19	-3,21 ± 0,13

Tabelle 6: Bestimmung der Hallkonstanten bei Raumtemperatur mit Nullfeld, Ge

Die Fehler der errechneten Werte erhalten wir aus Gaußscher Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta V_{H+} = \frac{1}{2} \sqrt{(\Delta V1)^2 + (\Delta V9)^2 + (\Delta V2)^2 + (\Delta V10)^2}$$

ΔV_{H-} errechnet sich analog aus den entsprechenden Spannungsfehlern.

$$\Delta R_{Hs+/-} = \frac{1}{IB_{+/-}} \sqrt{(\Delta V_{H+/-})^2 + \left(\frac{V_{H+/-}}{I}\right)^2 (\Delta I)^2 + \left(\frac{V_{H+/-}}{B_{+/-}}\right)^2 (\Delta B_{+/-})^2}$$

$$\Delta R_{Hs} = \frac{1}{2} \sqrt{(\Delta R_{Hs+})^2 + (\Delta R_{Hs-})^2}$$

Bestimmung ohne Nullfeld

Auch die Formeln dieser Messmethode wurden in Abschnitt 2.1.3 beschrieben. Die Fehler erhält man abweichend von der Messung mit Nullfeld aus:

$$\Delta R_{Hs1} = \frac{1}{4BI} \sqrt{\left(\frac{(V1 - V2) - (V5 - V6)}{B}\right)^2 (\Delta B)^2 + \left(\frac{(V1 - V2) - (V5 - V6)}{I}\right)^2 (\Delta I)^2 \dots}$$

$$+ (\Delta V1)^2 + (\Delta V2)^2 + (\Delta V5)^2 + (\Delta V6)^2$$

Der Wert für ΔR_{Hs2} berechnet sich auch in diesem Fall durch Ersetzen der entsprechenden Spannungswerte und Spannungsfehler. ΔR_{Hs} folgt aus der gleichen Rechnung wie oben mit Ersetzen der $R_{Hs+/-}$ -Werte.

$R_{Hs1}[\Omega]$	$R_{Hs2}[\Omega]$	$R_{Hs}[\Omega]$
$-3,206 \pm 0,090$	$-3,224 \pm 0,091$	$-3,215 \pm 0,064$

Tabelle 7: Bestimmung der Hallkonstanten bei Raumtemperatur ohne Nullfeld, Ge

3.1.4 Bestimmung der Hallkonstanten von GaAs bei Raumtemperatur

In Tabelle 8 befinden sich die gemessenen Werte der 5 Messreihen. Der Fehler der Mittelwerte setzt sich zusammen aus Standardabweichung und einem angenommenen Ablesefehler $\Delta U = \pm 0,001$ V.

Größe	Messreihe 1	Messreihe 2	Messreihe 3	Messreihe 4	Messreihe 5	Mittelwert
V1 [mV]	7,0541	7,0549	7,0555	7,0557	7,0560	$7,05524 \pm 0,0017$
V2 [mV]	-7,0432	-7,0440	-7,0452	-7,0455	-7,0458	$-7,04474 \pm 0,0020$
V3 [mV]	-7,1729	-7,1737	-7,1748	-7,1749	-7,1752	$-7,17430 \pm 0,0019$
V4 [mV]	7,1760	7,1768	7,1775	7,1778	7,1781	$7,17724 \pm 0,0018$
V5 [mV]	7,1821	7,1823	7,1829	7,1829	7,1833	$7,18270 \pm 0,0014$
V6 [mV]	-7,1717	-7,1722	-7,1725	-7,1731	-7,1734	$-7,17258 \pm 0,0016$
V7 [mV]	-7,0500	-7,0503	-7,0508	-7,0514	-7,0519	$-7,05088 \pm 0,0017$
V8 [mV]	7,0528	7,0532	7,0536	7,0540	7,0545	$7,05362 \pm 0,0016$
V9 [mV]	7,1213	7,1213	7,1215	7,1213	7,1216	$7,12140 \pm 0,0011$
V10 [mV]	-7,1109	-7,1109	-7,1112	-7,1114	-7,1116	$-7,11120 \pm 0,0013$

Tabelle 8: Messdaten aller fünf Messreihen für Galliumarsenid

Wieder wenden wir beide Messmethoden an, um die Ergebnisse zu vergleichen. Die Fehler errechnen sich auf die gleiche Weise wie in den vorangehenden Berechnungen.

Bestimmung mit Nullfeld

Es ergeben sich nach Berechnung mit den im Kapitel 2.1 angegebenen Beziehungen folgende Werte:

$V_{H+}[\mu V]$	$V_{H-}[\mu V]$	$R_{Hs+}[\Omega]$	$R_{Hs-}[\Omega]$	$R_{Hs}[\Omega]$
$-66,3 \pm 1,5$	$-61,34 \pm 1,37$	$-48,0 \pm 1,1$	$-44,4 \pm 1,0$	$-46,25 \pm 0,79$

Tabelle 9: Bestimmung der Hallkonstanten bei Raumtemperatur mit Nullfeld, GaAs

Bestimmung ohne Nullfeld

Auch die Bestimmung der Hall-Konstanten ohne Nullfeld wird wieder analog zum Germanium durchgeführt. Es ergeben sich die Werte in Tabelle 10.

$R_{Hs+}[\Omega]$	$R_{Hs-}[\Omega]$	$R_{Hs}[\Omega]$
$-46,25 \pm 0,70$	$-44,75 \pm 0,71$	$-45,50 \pm 0,50$

Tabelle 10: Bestimmung der Hallkonstanten bei Raumtemperatur ohne Nullfeld, GaAs

3.1.5 Majoritätsladungsträger und Hall-Beweglichkeit

Da wir uns für die Ladungstransportphänomene interessieren, berechnen wir im Folgenden noch die Hall-Beweglichkeit μ_H und die Art sowie Anzahl der Majoritätsladungsträger. Zuerst zu den Ladungsträgern. Wie in der Theorie eingeführt, zeigt das Vorzeichen der Hall-Konstanten die Art der Majoritätsladungsträger an. In beiden untersuchten Halbleitern ist die Hall-Konstante negativ, also sind Elektronen die Majoritätsladungsträger. Die Konzentration der Majoritätsladungsträger errechnet sich aus

$$n_s = \left| \frac{r}{e R_{Hs}} \right| \pm \left| \frac{1}{e R_{Hs}} \sqrt{(\Delta r)^2 + \left(\frac{\Delta e}{e}\right)^2 + \left(\frac{\Delta R_{Hs}}{R_{Hs}}\right)^2} \right|$$

Durch das Magnetfeld von $B = 0,138 \pm 0,001$ T ist ein ausreichend starkes Feld gegeben, um den Streufaktor $r = 1$ zu rechtfertigen. Für die Elementarladung verwenden wir den Wert

$e = (1,602176462 \pm 0,000000063) \cdot 10^{-19}$ C, der vom National Institute of Standards in Technology (NIST) zur Verwendung empfohlen wird. Wir berechnen anhand der Werte beider Verfahren (mit und ohne Nullfeld) die Dichten für die Proben. Die Ergebnisse sind in Tabelle 11 zusammengefasst.

Mit Hilfe der Hall-Konstanten und dem spezifischen Widerstand lässt sich die Hall-Beweglichkeit wie folgt errechnen:

$$\mu_H = \left| \frac{R_{Hs}}{\rho_s} \right| \pm \frac{1}{\rho_s} \sqrt{(\Delta R_{Hs})^2 + \left(\frac{R_{Hs}}{\rho_s} \right)^2 (\Delta \rho_s)^2}$$

Auch die Werte für die Hall-Beweglichkeiten sind in Tabelle 11 enthalten. Die Hall-Beweglichkeit ist unabhängig von der Schichtdicke und trägt daher keinen Index s .

3.1.6 Ergebnisse

Folgende Werte haben wir erhalten:

	Germanium	Galliumarsenid
spezifischer Widerstand:	$\rho_s = (9,768 \pm 0,094)\Omega$	$\rho_s = (5157,0 \pm 76,0)\Omega$
Leitfähigkeit:	$\sigma_s = (0,102 \pm 0,001)\Omega^{-1}$	$\sigma_s = (1,939 \pm 0,028) \cdot 10^{-4}\Omega^{-1}$
Hall-Konstante:		
mit Nullfeld	$R_{Hs} = (-3,21 \pm 0,13) \frac{\text{m}^2}{\text{A s}}$	$R_{Hs} = (-46,25 \pm 0,79) \frac{\text{m}^2}{\text{A s}}$
ohne Nullfeld	$R_{Hs} = (-3,216 \pm 0,065) \frac{\text{m}^2}{\text{A s}}$	$R_{Hs} = (-45,50 \pm 0,50) \frac{\text{m}^2}{\text{A s}}$
Ladungsträgerdichte:		
mit Nullfeld	$n_s = (1,95 \pm 0,08) \cdot 10^{18} \text{m}^{-2}$	$n_s = (1,35 \pm 0,02) \cdot 10^{17} \text{m}^{-2}$
ohne Nullfeld	$n_s = (1,94 \pm 0,04) \cdot 10^{18} \text{m}^{-2}$	$n_s = (1,37 \pm 0,02) \cdot 10^{17} \text{m}^{-2}$
Hall-Beweglichkeit		
mit Nullfeld	$\mu_H = (0,328 \pm 0,013) \frac{\text{m}^2}{\text{V s}}$	$\mu_H = (8,97 \pm 0,20) \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{V s}}$
ohne Nullfeld	$\mu_H = (0,329 \pm 0,007) \frac{\text{m}^2}{\text{V s}}$	$\mu_H = (8,82 \pm 0,16) \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{V s}}$

Tabelle 11: Zusammenstellung der errechneten Transporteigenschaften

Man erkennt an der Tabelle, dass grundsätzlich die erhaltenen Werte aus der Messung ohne Nullfeld geringere Fehler haben und daher genauer sind. Dies liegt daran, dass bei der Messung mit Nullfeld zusätzlich auftretenden Spannungen (Ettinghausen-Spannung, Nernst-Spannung, usw.) vernachlässigt werden. Die Auswirkung auf die später errechneten Größen hall-Beweglichkeit und Ladungsträgerdichte sind jedoch sehr gering, so dass beider Verfahren ihre Berechtigung haben. Die Abweichungen liegen in unserer Messung innerhalb der Fehlergrenzen.

Für GaAs beobachtet man einen beträchtlich höheren spezifischen Widerstand und eine um drei Größenordnungen niedrigere Leitfähigkeit. Hall-Konstante und Hall-Beweglichkeit hingegen sind gegenüber Germanium erhöht. Daher tritt der Hall-Effekt bei Zimmertemperatur in Galliumarsenid stärker auf als in Germanium, wobei Germanium der bessere Leiter ist.

Wie bereits erwähnt war die Ablesegenauigkeit bei der Messung an GaAs geringer, was wir durch einen größeren Ablesefehler berücksichtigt haben. Für den Anstieg der Spannung bei konstanter Umgebungstemperatur ist die Erwärmung des Halbleiters durch den Stromfluss eine mögliche Erklärung.

3.2 Temperaturabhängige Messung

Nachdem wir am ersten Versuchstag nur eine Messung bei Raumtemperatur durchgeführt haben, und mit dem Versuchsaufbau vertraut wurden, folgte in der Nacht zum zweiten Versuchstag die Evakuierung des Kryostaten und die Kühlung. Am zweiten Tag führten wir die gleichen Messungen an der gekühlten Germanium-Probe wieder durch, wobei wir jedoch jeweils nur drei statt fünf Messreihen aufnahmen. Dies verschlechterte zwar die Qualität der Mittelwerte, war jedoch aus zeitlichen Gründen nicht anders möglich und bietet immernoch eine hinreichende Genauigkeit, um qualitative Aussagen über die Temperaturabhängigkeit der Transporteigenschaften zu machen.

Abgeleitete Größen, Mittelwerte und Fehlergrenzen berechnen wir analog zu den Messungen bei Raumtemperatur. Wir erhalten damit die in Tabelle 12 aufgeführten Werte. Für die vollständigen Wertetabellen verweisen wir auf den Anhang.

Für die Anpassung der Temperaturwerte an unsere Raumtemperatur, nutzen wir folgende Umrechnungsformel:

$$T = T_{\text{gemessen}} + T_{\text{Raum}} - 20^\circ\text{C} \pm \sqrt{(\Delta T_{\text{gemessen}})^2 + (\Delta T_{\text{Raum}})^2}$$

Als Raumtemperatur haben wir $(25,0 \pm 0,5)^\circ\text{C}$ gemessen. Die Raumtemperatur blieb im Laufe des Versuchstages erfreulich stabil. Die Regelung der Innentemperatur des Kryostaten stellte sich als sehr schwierig heraus. Es dauerte lange, bis sich die Temperatur stabilisiert hatte und oft kamen noch während der Messung kleinere Abweichungen hinzu, die aber im vertretbaren Rahmen blieben. Grund hierfür war sicherlich auch die Verzögerung in der Temperatursteuerung mit einem Widerstand. Als Fehler für die Temperaturmessung geben wir $\Delta T_{\text{gemessen}} = \pm 0,5^\circ\text{C}$ an.

Wie schon im ersten Versuchsteil beschrieben, stellte sich die Bestimmung der Hall-Konstanten ohne Nullfeld als genauer heraus. Deshalb und wegen der geringen Abweichung der Messungen untereinander, beschränken wir uns auf die Werte ohne Nullfeld.

T/K	ρ_s/Ω	σ_s/Ω^{-1}	$R_{Hs}/\frac{\text{m}^2}{\text{A}\cdot\text{s}}$	$n_s/10^8\text{m}^{-2}$	$\mu_H/\frac{\text{m}^2}{\text{V}\cdot\text{s}}$
$57,2 \pm 0,7$	$1,702 \pm 0,042$	$0,588 \pm 0,015$	$-3,062 \pm 0,067$	$2,04 \pm 0,04$	$1,799 \pm 0,060$
$69,2 \pm 0,7$	$1,896 \pm 0,054$	$0,527 \pm 0,015$	$-3,001 \pm 0,070$	$2,08 \pm 0,05$	$1,583 \pm 0,058$
$79,2 \pm 0,7$	$2,072 \pm 0,065$	$0,483 \pm 0,015$	$-2,932 \pm 0,076$	$2,13 \pm 0,06$	$1,415 \pm 0,058$
$88,2 \pm 0,7$	$2,293 \pm 0,067$	$0,436 \pm 0,013$	$-2,923 \pm 0,099$	$2,14 \pm 0,07$	$1,275 \pm 0,057$
$92,2 \pm 0,7$	$2,368 \pm 0,047$	$0,422 \pm 0,008$	$-2,962 \pm 0,066$	$2,11 \pm 0,05$	$1,251 \pm 0,037$
$111,7 \pm 0,7$	$2,865 \pm 0,093$	$0,349 \pm 0,011$	$-2,959 \pm 0,116$	$2,11 \pm 0,08$	$1,033 \pm 0,052$
$136,2 \pm 0,7$	$3,582 \pm 0,087$	$0,279 \pm 0,007$	$-3,004 \pm 0,087$	$2,08 \pm 0,06$	$0,839 \pm 0,032$
$170,7 \pm 0,7$	$4,508 \pm 0,365$	$0,222 \pm 0,018$	$-3,016 \pm 0,123$	$2,07 \pm 0,08$	$0,669 \pm 0,061$
$195,2 \pm 0,7$	$5,645 \pm 0,193$	$0,177 \pm 0,006$	$-3,101 \pm 0,153$	$2,01 \pm 0,10$	$0,549 \pm 0,033$
$225,2 \pm 0,7$	$6,955 \pm 0,272$	$0,144 \pm 0,006$	$-3,083 \pm 0,206$	$2,02 \pm 0,14$	$0,443 \pm 0,034$
$254,2 \pm 0,7$	$8,275 \pm 0,392$	$0,121 \pm 0,006$	$-3,173 \pm 0,148$	$1,97 \pm 0,09$	$0,383 \pm 0,025$
$278,2 \pm 0,7$	$9,408 \pm 0,276$	$0,106 \pm 0,003$	$-3,158 \pm 0,247$	$1,98 \pm 0,16$	$0,336 \pm 0,028$
$298,2 \pm 0,7$	$9,768 \pm 0,094$	$0,102 \pm 0,001$	$-3,216 \pm 0,065$	$1,94 \pm 0,04$	$0,329 \pm 0,007$

Tabelle 12: Temperaturabhängige Transporteigenschaften

Die letzte Messreihe bei $T = 298,2\text{ K}$ entspricht der Messung bei Zimmertemperatur aus dem vorherigen Versuchsteil. Deshalb sind hier die Fehlergrenzen geringer.

3.2.1 spezifischer Schicht-Widerstand und Schicht-Leitfähigkeit

Der spezifische Schicht-Widerstand σ_s der Germanium-Probe steigt mit der Temperatur an. Die liegt daran, dass bei höheren Temperaturen häufiger eine Streuung von Elektronen an Phononen stattfindet.

Dem reziproken Schicht-Widerstand entspricht die Schicht-Leitfähigkeit σ_s . Sie nimmt, entsprechend dem Verhalten des Schicht-Widerstandes, mit steigender Temperatur ab. Da die Leitfähigkeit proportional zu Ladungsträgerkonzentration n_s und Hall-Beweglichkeit μ_H ist, sollte sich deren Verhalten im Verlauf von σ_s wiederfinden. Im Bereich der Störstellenerzeugung, wo die Ladungsträgerkonzentration nahezu konstant ist, ist das Verhalten der Beweglichkeit dominant. Bei konstanter Ladungsträgerkonzentration sind fast alle Donatoratome ionisiert, die intrinsische Leitfähigkeit spielt jedoch wegen

zu geringer Temperatur noch keine ausreichende Rolle. μ_H hat ein Maximum, das sich im Verlauf von σ_s wiederfinden sollte.

Um dies zu überprüfen haben wir in Abbildung 11 den Verlauf von $\ln(\sigma_s)$ über der reziproken Temperatur aufgetragen.

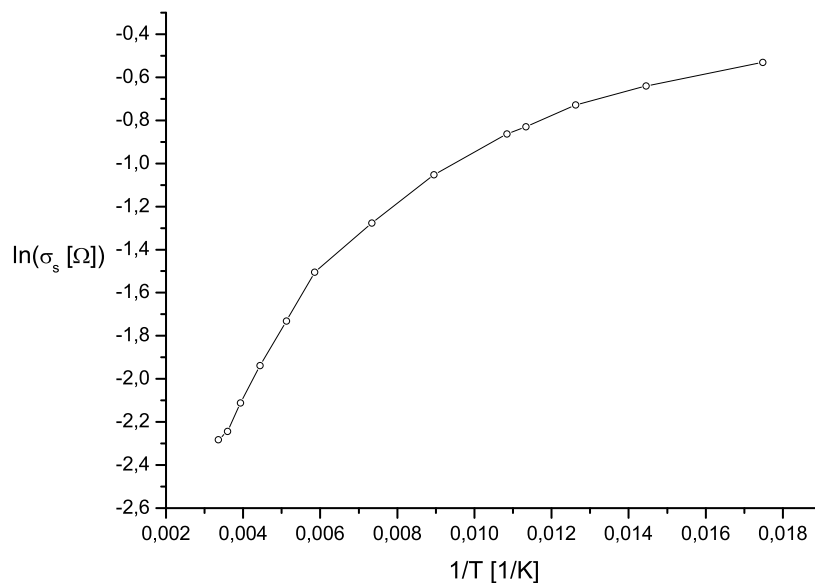


Abbildung 11: Temperaturabhängigkeit der Schicht-Leitfähigkeit

Das erwartete Maximum ist in unserer Kurve nur zu erahnen. Das Verhalten müsste bei noch kleineren Temperaturen untersucht werden. Ob der niedrigste Temperaturwert, den wir gemessen haben, dem Maximum entspricht, kann nicht geklärt werden. In dem von uns betrachteten Bereich überwiegt also die Streuung an Phononen. Das nicht vorhandene Maximum lässt darauf schließen, dass in unserer Germanium-Probe die Donatorkonzentration relativ gering ist.

3.2.2 Ladungsträgerdichte pro Schichtdicke

Wir sind im Theorie-Abschnitt 1.1.5 auf die zu erwartenden Ladungsträgerdichten eingegangen. Um diese zu überprüfen, stellen wir den logarithmischen Verlauf von n_s in Abhängigkeit von der reziproken Temperatur dar. Das gleiche wurde in Abbildung 5 gemacht, weshalb wir unseren Verlauf in der Abbildung wiederfinden sollten.

Der Logarithmus der Ladungsträgerdichte bleibt im Verlauf annähernd konstant. Wir befinden uns während unserer Messung daher im Sättigungsbereich des Germanium-Halbleiter .

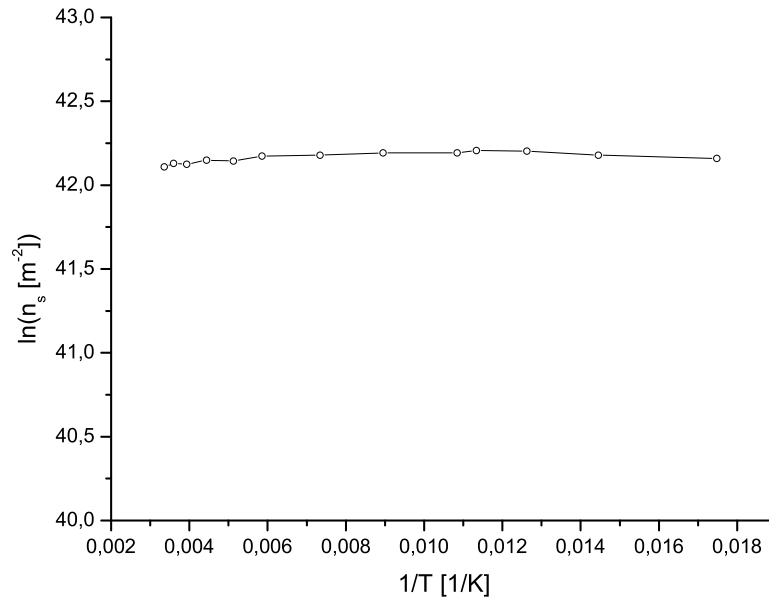


Abbildung 12: Temperaturabhängigkeit der Ladungsträgerdichte

3.2.3 Hall-Beweglichkeit

Die Hall-Beweglichkeit pro Schichtdicke nimmt mit steigender Temperatur ab. Wie wir in der Theorie erklärt haben, sollte die Beweglichkeit im betrachteten Temperaturbereich durch Phononenstreuung begrenzt sein und ein Verlauf von annähernd $T^{-\frac{3}{2}}$ aufweisen. Um dies an unseren Werten zu überprüfen, untersuchen wir die doppelt logarithmische Auftragung der Hall-Beweglichkeit über der Temperatur wie in Abbildung 13 gezeigt.

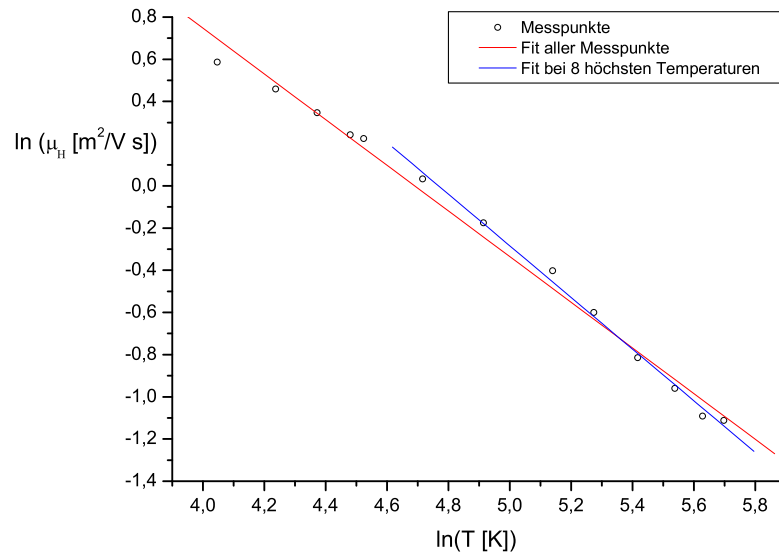


Abbildung 13: Temperaturabhängigkeit der Hall-Beweglichkeit

Man erkennt eindeutig den linearen Zusammenhang, den auch die rechte Flanke in Abbildung 7 zeigt. Daher befinden wir uns definitiv im Temperaturbereich, in dem die Phononenstreuung gegenüber der Streuung an ionisierten Störstellen überwiegt. Um die Abhängigkeit von $T^{-\frac{3}{2}}$ zu bestätigen, haben wir durch die Messpunkte eine Fit-Gerade gelegt, die folgender Geradengleichung entspricht:

$$\ln\left(\mu/\frac{\text{m}^2}{\text{V s}}\right) = 5,08 - 1,08 \cdot \ln(T/K)$$

Die Gerade weist ein Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0,996$ auf. Die Steigung von $m = -1,08$ liegt nicht auf dem erwarteten theoretischen Wert von $-1,5$, zeigt aber die richtige Tendenz. Bessere Werte wären durch die Konzentration auf bestimmte Temperaturbereiche möglich. Wir haben dazu einen Fit durch die Messpunkte mit den 8 größten Temperaturwerten gelegt. Diese Gerade folgt der Gleichung

$$\ln\left(\mu/\frac{\text{m}^2}{\text{V s}}\right) = 5,84 - 1,22 \cdot \ln(T/K)$$

und hat einen Bestimmtheitswert von $0,997$, trifft also die Messpunkte in diesem Bereich besser. Die Steigung von $m_2 = -1,22$ liegt ebenfalls näher am theoretischen Wert. Zu berücksichtigen ist jedoch auch, dass schon durch die Temperaturschwankung während der Messung Fehler in die Werte kamen, die sich in solcher Betrachtung natürlich zeigen.

4 Schlussbemerkungen und Referenzen

4.1 Abschlussbemerkung

In unserem Versuch haben wir die wichtigsten Transporteigenschaften in Halbleitern kennengelernt und näher untersucht. Vorteilhaft war die Aufteilung des Versuchs auf einen halben und einen ganzen Versuchstag. So war genug Zeit für die einzelnen Messreihen vorhanden und man konnte durch Mehrfachmessung eine adequate Fehlerrechnung anwenden.

Am ersten Tag stand das Kennenlernen der Messapparatur im Vordergrund und die Messmethode von van der Pauw wurde eingeübt. Dies nützte vor allem am zweiten Versuchstag, an dem die korrekte Einstellung der Temperaturen die Hauptzeit in Anspruch nahm. Hier hätte man sich eine einfachere Steuerung und automatische Stabilisierung der Temperatur gewünscht, um unsere Geduld nicht ganz so zu strapazieren und die Schwankungen zu minimieren. Auch wenn man einmal die Temperatur stabilisiert hatte, traten immer wieder Schwankungen auf, die zur Nachregulierung nötigten.

Insgesamt konnten wir die theoretischen Voraussagen bestätigen und die Zusammenhänge an unseren Messproben, speziell an der Germanium-Probe, nachvollziehen.

4.2 Literatur

- Auszug aus A. Heldt, Diplomarbeit, Bonn 1993
- Demtröder: Experimentalphysik 3; Atome, Moleküle und Festkörper, 1. Auflage
- Ibach / Lüth: Festkörperphysik, 5. Auflage
- Kittel: Einführung in die Festkörperphysik, 12. Auflage
- Kopitzki: Einführung in die Festkörperphysik, 3. Auflage
- G. Rohrlack, Diplomarbeit, Bonn 1992
- Internet-Seite: <http://www.nist.gov>

4.3 Abbildungen

Die Abbildungen, welche wir nicht selbst angefertigt haben, wurden aus folgenden Quellen entnommen:

- Abb. 1: http://www.tf.uni-kiel.de/matwis/amat/mw2_ge/kap_4/illustr/bild4.gif
- Abb. 3: Demtröder: Experimentalphysik, Bd. 3, S. 438
- Abb. 4: <http://www.ffn.ub.es/~lobo/conflent/fermidis.gif>
- Abb. 5: Ibach / Lüth, S. 398
- Abb. 6: Ibach / Lüth, S. 450
- Abb. 7: Ibach / Lüth, S. 401
- Abb. 8, 9: Diplomarbeit von G. Rohrlack

A Anhang

Hier im Anhang befinden sich die Tabellen aller gemessenen Werte. Die Temperaturen, die an den Tabellen angegeben sind, entsprechen den unkorrigierten Temperaturen. Nur bei den beiden Raumtemperaturmessungen ist eine Korrektur der Temperaturen nicht notwendig. Zuerst sind die Tabellen für die Widerstandsmessungen aufgeführt und dahinter folgen die Tabellen für die Hall-Effekt-Messung. Die Raumtemperaturtabellen der beiden Proben sind jeweils am Ende.

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	0,0145	0,0146	0,0147	0,0146	0,00028	0,000082	0,0002
V2 [mV]	0,0229	0,0230	0,0229	0,0229	0,00025	0,000047	0,0002
V3 [mV]	0,1036	0,1036	0,1035	0,1036	0,00025	0,000047	0,0002
V4 [mV]	0,1104	0,1102	0,1102	0,1103	0,00029	0,000094	0,0002
V5 [mV]	-0,0380	-0,0379	-0,0380	-0,0380	0,00025	0,000047	0,0002
V6 [mV]	-0,0296	-0,0296	-0,0297	-0,0296	0,00025	0,000047	0,0002
V7 [mV]	-0,0893	-0,0894	-0,0894	-0,0894	0,00025	0,000047	0,0002
V8 [mV]	-0,0827	-0,0827	-0,0827	-0,0827	0,00020	0,000000	0,0002

Tabelle 13: Widerstandmessung an Germanium bei $T = -221^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	0,0100	0,0096	0,0095	0,0097	0,00042	0,000216	0,0002
V2 [mV]	0,0191	0,0188	0,0186	0,0188	0,00041	0,000205	0,0002
V3 [mV]	0,0994	0,0993	0,0992	0,0993	0,00028	0,000082	0,0002
V4 [mV]	0,1068	0,1068	0,1067	0,1068	0,00025	0,000047	0,0002
V5 [mV]	-0,0340	-0,0339	-0,0337	-0,0339	0,00032	0,000125	0,0002
V6 [mV]	-0,0246	-0,0247	-0,0245	-0,0246	0,00028	0,000082	0,0002
V7 [mV]	-0,0861	-0,0859	-0,0859	-0,0860	0,00029	0,000094	0,0002
V8 [mV]	-0,0785	-0,0784	-0,0782	-0,0784	0,00032	0,000125	0,0002

Tabelle 14: Widerstandmessung an Germanium bei $T = -209^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	0,0052	0,0046	0,0046	0,0048	0,00048	0,000283	0,0002
V2 [mV]	0,0149	0,0148	0,0146	0,0148	0,00032	0,000125	0,0002
V3 [mV]	0,0957	0,0958	0,0958	0,0958	0,00025	0,000047	0,0002
V4 [mV]	0,1040	0,1041	0,1042	0,1041	0,00028	0,000082	0,0002
V5 [mV]	-0,0309	-0,0302	-0,0302	-0,0304	0,00053	0,000330	0,0002
V6 [mV]	-0,0211	-0,0203	-0,0205	-0,0206	0,00054	0,000340	0,0002
V7 [mV]	-0,0830	-0,0829	-0,0831	-0,0830	0,00028	0,000082	0,0002
V8 [mV]	-0,0745	-0,0744	-0,0747	-0,0745	0,00032	0,000125	0,0002

Tabelle 15: Widerstandmessung an Germanium bei $T = -199^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	0,0042	0,0035	0,0031	0,0036	0,00065	0,000455	0,0002
V2 [mV]	0,0152	0,0146	0,0142	0,0147	0,00061	0,000411	0,0002
V3 [mV]	0,0920	0,0919	0,0920	0,0920	0,00025	0,000047	0,0002
V4 [mV]	0,1011	0,1010	0,1010	0,1010	0,00025	0,000047	0,0002
V5 [mV]	-0,0280	-0,0280	-0,0279	-0,0280	0,00025	0,000047	0,0002
V6 [mV]	-0,0171	-0,0171	-0,0168	-0,0170	0,00034	0,000141	0,0002
V7 [mV]	-0,0818	-0,0816	-0,0815	-0,0816	0,00032	0,000125	0,0002
V8 [mV]	-0,0724	-0,0723	-0,0721	-0,0723	0,00032	0,000125	0,0002

Tabelle 16: Widerstandmessung an Germanium bei $T = -119^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	0,0015	0,0013	0,0015	0,0014	0,00029	0,000094	0,0002
V2 [mV]	0,0131	0,0129	0,0130	0,0130	0,00028	0,000082	0,0002
V3 [mV]	0,0905	0,0905	0,0906	0,0905	0,00025	0,000047	0,0002
V4 [mV]	0,0997	0,0999	0,0998	0,0998	0,00028	0,000082	0,0002
V5 [mV]	-0,0262	-0,0262	-0,0261	-0,0262	0,00025	0,000047	0,0002
V6 [mV]	-0,0149	-0,0150	-0,0147	-0,0149	0,00032	0,000125	0,0002
V7 [mV]	-0,0803	-0,0802	-0,0802	-0,0802	0,00025	0,000047	0,0002
V8 [mV]	-0,0706	-0,0706	-0,0705	-0,0706	0,00025	0,000047	0,0002

Tabelle 17: Widerstandmessung an Germanium bei $T = -186^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,0016	-0,0026	-0,0031	-0,0024	0,00082	0,000624	0,0002
V2 [mV]	0,0123	0,0115	0,0107	0,0115	0,00085	0,000653	0,0002
V3 [mV]	0,0823	0,0822	0,0823	0,0823	0,00025	0,000047	0,0002
V4 [mV]	0,0935	0,0935	0,0934	0,0935	0,00025	0,000047	0,0002
V5 [mV]	-0,0215	-0,0215	-0,0206	-0,0212	0,00062	0,000424	0,0002
V6 [mV]	-0,0075	-0,0076	-0,0067	-0,0073	0,00060	0,000403	0,0002
V7 [mV]	-0,0775	-0,0773	-0,0771	-0,0773	0,00036	0,000163	0,0002
V8 [mV]	-0,0660	-0,0658	-0,0656	-0,0658	0,00036	0,000163	0,0002

Tabelle 18: Widerstandmessung an Germanium bei $T = -166,5^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,0077	-0,0068	-0,0068	-0,0071	0,00062	0,000424	0,0002
V2 [mV]	0,0098	0,0107	0,0105	0,0103	0,00059	0,000386	0,0002
V3 [mV]	0,0716	0,0719	0,0717	0,0717	0,00032	0,000125	0,0002
V4 [mV]	0,0860	0,0863	0,0861	0,0861	0,00032	0,000125	0,0002
V5 [mV]	-0,0138	-0,0150	-0,0144	-0,0144	0,00069	0,000490	0,0002
V6 [mV]	0,0035	0,0024	0,0032	0,0030	0,00066	0,000464	0,0002
V7 [mV]	-0,0755	-0,0754	-0,0751	-0,0753	0,00037	0,000170	0,0002
V8 [mV]	-0,0616	-0,0613	-0,0612	-0,0614	0,00037	0,000170	0,0002

Tabelle 19: Widerstandmessung an Germanium bei $T = -142^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,0074	-0,0098	-0,0109	-0,0094	0,00166	0,001461	0,0002
V2 [mV]	0,0155	0,0134	0,0122	0,0137	0,00156	0,001364	0,0002
V3 [mV]	0,0570	0,0566	0,0564	0,0567	0,00045	0,000249	0,0002
V4 [mV]	0,0759	0,0754	0,0751	0,0755	0,00053	0,000330	0,0002
V5 [mV]	-0,0113	-0,0092	-0,0084	-0,0096	0,00142	0,001223	0,0002
V6 [mV]	0,0123	0,0141	0,0015	0,0093	0,00577	0,005569	0,0002
V7 [mV]	-0,0732	-0,0729	-0,0729	-0,0730	0,00034	0,000141	0,0002
V8 [mV]	-0,0544	-0,0542	-0,0541	-0,0542	0,00032	0,000125	0,0002

Tabelle 20: Widerstandmessung an Germanium bei $T = -107,5^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,0098	-0,0133	-0,0146	-0,0126	0,00223	0,002027	0,0002
V2 [mV]	0,0167	0,0145	0,0128	0,0147	0,00180	0,001597	0,0002
V3 [mV]	0,0460	0,0453	0,0452	0,0455	0,00056	0,000356	0,0002
V4 [mV]	0,0680	0,0676	0,0673	0,0676	0,00049	0,000287	0,0002
V5 [mV]	-0,0090	-0,0085	-0,0071	-0,0082	0,00100	0,000804	0,0002
V6 [mV]	0,0190	0,0194	0,0208	0,0197	0,00097	0,000772	0,0002
V7 [mV]	-0,0675	-0,0672	-0,0669	-0,0672	0,00044	0,000245	0,0002
V8 [mV]	-0,0452	-0,0448	-0,0446	-0,0449	0,00045	0,000249	0,0002

Tabelle 21: Widerstandmessung an Germanium bei $T = -83^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,0098	-0,0127	-0,0148	-0,0124	0,00225	0,002050	0,0002
V2 [mV]	0,0235	0,0208	0,0184	0,0209	0,00228	0,002083	0,0002
V3 [mV]	0,0299	0,0288	0,0280	0,0289	0,00098	0,000779	0,0002
V4 [mV]	0,0572	0,0562	0,0555	0,0563	0,00090	0,000698	0,0002
V5 [mV]	-0,0142	-0,0111	-0,0096	-0,0116	0,00212	0,001915	0,0002
V6 [mV]	0,0200	0,0232	0,0246	0,0226	0,00213	0,001925	0,0002
V7 [mV]	-0,0607	-0,0600	-0,0592	-0,0600	0,00081	0,000613	0,0002
V8 [mV]	-0,0329	-0,0321	-0,0315	-0,0322	0,00077	0,000573	0,0002

Tabelle 22: Widerstandmessung an Germanium bei $T = -53^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,0077	-0,0128	-0,0150	-0,0118	0,00326	0,003058	0,0002
V2 [mV]	0,0315	0,0272	0,0250	0,0279	0,00290	0,002699	0,0002
V3 [mV]	0,0145	0,0122	0,0114	0,0127	0,00151	0,001314	0,0002
V4 [mV]	0,0470	0,0452	0,0443	0,0455	0,00132	0,001122	0,0002
V5 [mV]	-0,0204	-0,0155	-0,0125	-0,0161	0,00346	0,003256	0,0002
V6 [mV]	0,0206	0,0251	0,0284	0,0247	0,00340	0,003197	0,0002
V7 [mV]	-0,0515	-0,0513	-0,0512	-0,0513	0,00032	0,000125	0,0002
V8 [mV]	-0,0188	-0,0185	-0,0186	-0,0186	0,00032	0,000125	0,0002

Tabelle 23: Widerstandmessung an Germanium bei $T = -24^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,0092	-0,0120	-0,0138	-0,0117	0,00209	0,001893	0,0002
V2 [mV]	0,0363	0,0338	0,0319	0,0340	0,00200	0,001802	0,0002
V3 [mV]	0,0012	-0,0006	-0,0018	-0,0004	0,00143	0,001233	0,0002
V4 [mV]	0,0383	0,0367	0,0357	0,0369	0,00127	0,001071	0,0002
V5 [mV]	-0,0261	-0,0233	-0,0210	-0,0235	0,00229	0,002085	0,0002
V6 [mV]	0,0200	0,0228	0,0245	0,0224	0,00206	0,001855	0,0002
V7 [mV]	-0,0417	-0,0414	-0,0407	-0,0413	0,00062	0,000419	0,0002
V8 [mV]	-0,0045	-0,0042	-0,0035	-0,0041	0,00062	0,000419	0,0002

Tabelle 24: Widerstandmessung an Germanium bei $T = 0^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Messung 4	Messung 5	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mv]	-0,0247	-0,0238	-0,0235	-0,0235	-0,0234	-0,02378	0,00064	0,00044	0,0002
V2 [mV]	0,0230	0,0237	0,0240	0,0239	0,0241	0,02374	0,00056	0,00036	0,0002
V3 [mV]	-0,0199	-0,0196	-0,0194	-0,0194	-0,0194	-0,01954	0,00038	0,00018	0,0002
V4 [mV]	0,0189	0,0190	0,0192	0,0192	0,0193	0,01912	0,00033	0,00013	0,0002
V5 [mV]	-0,0215	-0,0216	-0,0216	-0,0219	-0,0217	-0,02166	0,00032	0,00012	0,0002
V6 [mV]	0,0259	0,0260	0,0258	0,0258	0,0257	0,02584	0,00029	0,00009	0,0002
V7 [mV]	-0,0187	-0,0186	-0,0187	-0,0186	-0,0187	-0,01866	0,00024	0,00004	0,0002
V8 [mV]	0,0201	0,0201	0,0200	0,0201	0,0201	0,02008	0,00024	0,00004	0,0002

Tabelle 25: Widerstandmessung an Germanium bei $T = 25^\circ\text{C}$

31

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Messung 4	Messung 5	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mv]	-8,2898	-8,2942	-8,2982	-8,3014	-8,3038	-8,2975	0,0060	0,0050	0,001
V2 [mV]	8,2899	8,2954	8,2993	8,3026	8,3054	8,2985	0,0065	0,0055	0,001
V3 [mV]	-15,3932	-15,4007	-15,4043	-15,4121	-15,4161	-15,4053	0,0091	0,0081	0,001
V4 [mV]	15,3905	15,3975	15,4047	15,4092	15,4140	15,4032	0,0094	0,0084	0,001
V5 [mV]	-8,2883	-8,2923	-8,2964	-8,2994	-8,3022	-8,2957	0,0060	0,0050	0,001
V6 [mV]	8,2971	8,3004	8,3042	8,3070	8,3094	8,3036	0,0054	0,0044	0,001
V7 [mV]	-15,3898	-15,3956	-15,4029	-15,4074	-15,4116	-15,4015	0,0089	0,0079	0,001
V8 [mV]	15,4018	15,4072	15,4143	15,4180	15,4216	15,4126	0,0082	0,0072	0,001

Tabelle 26: Widerstandmessung an Galliumarsenid bei $T = 25^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,1258	-0,1257	-0,1256	-0,12570	0,00028	0,00008	0,00020
V2 [mV]	-0,1155	-0,1154	-0,1154	-0,11543	0,00025	0,00005	0,00020
V3 [mV]	0,0688	0,0688	0,0687	0,06877	0,00025	0,00005	0,00020
V4 [mV]	0,0755	0,0756	0,0755	0,07553	0,00025	0,00005	0,00020
V5 [mV]	-0,1170	-0,1171	-0,1172	-0,11710	0,00028	0,00008	0,00020
V6 [mV]	-0,1238	-0,1240	-0,1239	-0,12390	0,00028	0,00008	0,00020
V7 [mV]	0,0765	0,0765	0,0765	0,07650	0,00020	0,00000	0,00020
V8 [mV]	0,0666	0,0665	0,0665	0,06653	0,00025	0,00005	0,00020
V9 [mV]	-0,1218	-0,1218	-0,1219	-0,12183	0,00025	0,00005	0,00020
V10 [mV]	-0,1203	-0,1204	-0,1204	-0,12037	0,00025	0,00005	0,00020

Tabelle 27: Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -221^{\circ}\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,1173	-0,1171	-0,1173	-0,11723	0,00029	0,00009	0,00020
V2 [mV]	-0,1070	-0,1070	-0,1069	-0,10697	0,00025	0,00005	0,00020
V3 [mV]	0,0696	0,0696	0,0695	0,06957	0,00025	0,00005	0,00020
V4 [mV]	0,0760	0,0761	0,0761	0,07607	0,00025	0,00005	0,00020
V5 [mV]	-0,1086	-0,1085	-0,1086	-0,10857	0,00025	0,00005	0,00020
V6 [mV]	-0,1149	-0,1149	-0,1150	-0,11493	0,00025	0,00005	0,00020
V7 [mV]	0,0774	0,0774	0,0776	0,07747	0,00029	0,00009	0,00020
V8 [mV]	0,0674	0,0674	0,0676	0,06747	0,00029	0,00009	0,00020
V9 [mV]	-0,1127	-0,1127	-0,1126	-0,11267	0,00025	0,00005	0,00020
V10 [mV]	-0,1110	-0,1109	-0,1110	-0,11097	0,00025	0,00005	0,00020

Tabelle 28: Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -209^{\circ}\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,1107	-0,1103	-0,1104	-0,11047	0,00037	0,00017	0,00020
V2 [mV]	-0,1006	-0,1004	-0,1005	-0,10050	0,00028	0,00008	0,00020
V3 [mV]	0,0704	0,0707	0,0706	0,07057	0,00032	0,00012	0,00020
V4 [mV]	0,0768	0,0768	0,0767	0,07677	0,00025	0,00005	0,00020
V5 [mV]	-0,1024	-0,1023	-0,1024	-0,10237	0,00025	0,00005	0,00020
V6 [mV]	-0,1086	-0,1083	-0,1086	-0,10850	0,00034	0,00014	0,00020
V7 [mV]	0,0783	0,0784	0,0783	0,07833	0,00025	0,00005	0,00020
V8 [mV]	0,0683	0,0683	0,0682	0,06827	0,00025	0,00005	0,00020
V9 [mV]	-0,1067	-0,1068	-0,1067	-0,10673	0,00025	0,00005	0,00020
V10 [mV]	-0,1049	-0,1049	-0,1050	-0,10493	0,00025	0,00005	0,00020

Tabelle 29: Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -199^{\circ}\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,1049	-0,1050	-0,1051	-0,10500	0,00028	0,00008	0,00020
V2 [mV]	-0,0948	-0,0949	-0,0950	-0,09490	0,00028	0,00008	0,00020
V3 [mV]	0,0703	0,0701	0,0700	0,07013	0,00032	0,00012	0,00020
V4 [mV]	0,0762	0,0761	0,0760	0,07610	0,00028	0,00008	0,00020
V5 [mV]	-0,0971	-0,0972	-0,0966	-0,09697	0,00046	0,00026	0,00020
V6 [mV]	-0,1031	-0,1030	-0,1024	-0,10283	0,00051	0,00031	0,00020
V7 [mV]	0,0779	0,0780	0,0785	0,07813	0,00046	0,00026	0,00020
V8 [mV]	0,0676	0,0678	0,0680	0,06780	0,00036	0,00016	0,00020
V9 [mV]	-0,1008	-0,1012	-0,1015	-0,10117	0,00049	0,00029	0,00020
V10 [mV]	-0,0991	-0,0993	-0,0995	-0,09930	0,00036	0,00016	0,00020

Tabelle 30: Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -190^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,1022	-0,1021	-0,1020	-0,10210	0,00028	0,00008	0,00020
V2 [mV]	-0,0919	-0,0919	-0,0918	-0,09187	0,00025	0,00005	0,00020
V3 [mV]	0,0704	0,0704	0,0703	0,07037	0,00025	0,00005	0,00020
V4 [mV]	0,0763	0,0764	0,0764	0,07637	0,00025	0,00005	0,00020
V5 [mV]	-0,0941	-0,0942	-0,0942	-0,09417	0,00025	0,00005	0,00020
V6 [mV]	-0,1002	-0,1001	-0,1002	-0,10017	0,00025	0,00005	0,00020
V7 [mV]	0,0782	0,0781	0,0781	0,07813	0,00025	0,00005	0,00020
V8 [mV]	0,0677	0,0676	0,0677	0,06767	0,00025	0,00005	0,00020
V9 [mV]	-0,0983	-0,0983	-0,0984	-0,09833	0,00025	0,00005	0,00020
V10 [mV]	-0,0962	-0,0962	-0,0961	-0,09617	0,00025	0,00005	0,00020

Tabelle 31: Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -186^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,0921	-0,0917	-0,0910	-0,09160	0,00065	0,00045	0,00020
V2 [mV]	-0,0815	-0,0809	-0,0803	-0,08090	0,00069	0,00049	0,00020
V3 [mV]	0,0698	0,0702	0,0705	0,07017	0,00049	0,00029	0,00020
V4 [mV]	0,0753	0,0757	0,0760	0,07567	0,00049	0,00029	0,00020
V5 [mV]	-0,0828	-0,0829	-0,0829	-0,08287	0,00025	0,00005	0,00020
V6 [mV]	-0,0884	-0,0885	-0,0885	-0,08847	0,00025	0,00005	0,00020
V7 [mV]	0,0784	0,0783	0,0784	0,07837	0,00025	0,00005	0,00020
V8 [mV]	0,0675	0,0675	0,0675	0,06750	0,00020	0,00000	0,00020
V9 [mV]	-0,0868	-0,0867	-0,0867	-0,08673	0,00025	0,00005	0,00020
V10 [mV]	-0,0843	-0,0842	-0,0843	-0,08427	0,00025	0,00005	0,00020

Tabelle 32: Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -166,5^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,0807	-0,0808	-0,0810	-0,08083	0,00032	0,00012	0,00020
V2 [mV]	-0,0689	-0,0691	-0,0693	-0,06910	0,00036	0,00016	0,00020
V3 [mV]	0,0694	0,0692	0,0690	0,06920	0,00036	0,00016	0,00020
V4 [mV]	0,0743	0,0742	0,0740	0,07417	0,00032	0,00012	0,00020
V5 [mV]	-0,0724	-0,0721	-0,0720	-0,07217	0,00037	0,00017	0,00020
V6 [mV]	-0,0775	-0,0772	-0,0771	-0,07727	0,00037	0,00017	0,00020
V7 [mV]	0,0771	0,0772	0,0772	0,07717	0,00025	0,00005	0,00020
V8 [mV]	0,0658	0,0659	0,0657	0,06580	0,00028	0,00008	0,00020
V9 [mV]	-0,0762	-0,0760	-0,0755	-0,07590	0,00049	0,00029	0,00020
V10 [mV]	-0,0731	-0,0726	-0,0721	-0,07260	0,00061	0,00041	0,00020

Tabelle 33: Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -142^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,0679	-0,0676	-0,0672	-0,06757	0,00049	0,00029	0,00020
V2 [mV]	-0,0553	-0,0550	-0,0545	-0,05493	0,00053	0,00033	0,00020
V3 [mV]	0,0656	0,0659	0,0662	0,06590	0,00044	0,00024	0,00020
V4 [mV]	0,0698	0,0700	0,0703	0,07003	0,00041	0,00021	0,00020
V5 [mV]	-0,0585	-0,0585	-0,0579	-0,05830	0,00048	0,00028	0,00020
V6 [mV]	-0,0625	-0,0626	-0,0617	-0,06227	0,00060	0,00040	0,00020
V7 [mV]	0,0747	0,0746	0,0751	0,07480	0,00042	0,00022	0,00020
V8 [mV]	0,0620	0,0622	0,0625	0,06223	0,00041	0,00021	0,00020
V9 [mV]	-0,0620	-0,0622	-0,0625	-0,06223	0,00041	0,00021	0,00020
V10 [mV]	-0,0578	-0,0580	-0,0585	-0,05810	0,00049	0,00029	0,00020

Tabelle 34: Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -107,5^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,0574	-0,0568	-0,0564	-0,05687	0,00061	0,00041	0,00020
V2 [mV]	-0,0437	-0,0432	-0,0428	-0,04323	0,00057	0,00037	0,00020
V3 [mV]	0,0599	0,0603	0,0607	0,06030	0,00053	0,00033	0,00020
V4 [mV]	0,0633	0,0637	0,0642	0,06373	0,00057	0,00037	0,00020
V5 [mV]	-0,0473	-0,0479	-0,0484	-0,04787	0,00065	0,00045	0,00020
V6 [mV]	-0,0507	-0,0515	-0,0519	-0,05137	0,00070	0,00050	0,00020
V7 [mV]	0,0694	0,0685	0,0684	0,06877	0,00065	0,00045	0,00020
V8 [mV]	0,0554	0,0550	0,0549	0,05510	0,00042	0,00022	0,00020
V9 [mV]	-0,0527	-0,0526	-0,0528	-0,05270	0,00028	0,00008	0,00020
V10 [mV]	-0,0476	-0,0477	-0,0477	-0,04767	0,00025	0,00005	0,00020

Tabelle 35: Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -83^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,0454	-0,0451	-0,0429	-0,04447	0,00131	0,00111	0,00020
V2 [mV]	-0,0303	-0,0300	-0,0281	-0,02947	0,00117	0,00097	0,00020
V3 [mV]	0,0477	0,0478	0,0479	0,04780	0,00028	0,00008	0,00020
V4 [mV]	0,0500	0,0505	0,0500	0,05017	0,00044	0,00024	0,00020
V5 [mV]	-0,0351	-0,0346	-0,0336	-0,03443	0,00082	0,00062	0,00020
V6 [mV]	-0,0372	-0,0368	-0,0359	-0,03663	0,00074	0,00054	0,00020
V7 [mV]	0,0562	0,0565	0,0569	0,05653	0,00049	0,00029	0,00020
V8 [mV]	0,0416	0,0422	0,0424	0,04207	0,00054	0,00034	0,00020
V9 [mV]	-0,0377	-0,0376	-0,0373	-0,03753	0,00037	0,00017	0,00020
V10 [mV]	-0,0314	-0,0312	-0,0312	-0,03127	0,00029	0,00009	0,00020

Tabelle 36: Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -53^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,0342	-0,0339	-0,0329	-0,03367	0,00076	0,00056	0,00020
V2 [mV]	-0,0184	-0,0177	-0,0171	-0,01773	0,00073	0,00053	0,00020
V3 [mV]	0,0344	0,0350	0,0355	0,03497	0,00069	0,00049	0,00020
V5 [mV]	-0,0236	-0,0233	-0,0236	-0,02350	0,00034	0,00014	0,00020
V6 [mV]	-0,0247	-0,0245	-0,0248	-0,02467	0,00032	0,00012	0,00020
V7 [mV]	0,0451	0,0451	0,0446	0,04493	0,00044	0,00024	0,00020
V8 [mV]	0,0288	0,0284	0,0282	0,02847	0,00045	0,00025	0,00020
V9 [mV]	-0,0279	-0,0278	-0,0278	-0,02783	0,00025	0,00005	0,00020
V10 [mV]	-0,0207	-0,0208	-0,0207	-0,02073	0,00025	0,00005	0,00020

Tabelle 37: Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -24^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,0314	-0,0310	-0,0304	-0,03093	0,00061	0,00041	0,00020
V2 [mV]	-0,0143	-0,0137	-0,0134	-0,01380	0,00057	0,00037	0,00020
V3 [mV]	0,0163	0,0166	0,0165	0,01647	0,00032	0,00012	0,00020
V4 [mV]	0,0167	0,0168	0,0171	0,01687	0,00037	0,00017	0,00020
V5 [mV]	-0,0209	-0,0199	-0,0177	-0,01950	0,00154	0,00134	0,00020
V6 [mV]	-0,0211	-0,0197	-0,0178	-0,01953	0,00155	0,00135	0,00020
V7 [mV]	0,0263	0,0276	0,0280	0,02730	0,00093	0,00073	0,00020
V8 [mV]	0,0090	0,0104	0,0106	0,01000	0,00091	0,00071	0,00020
V9 [mV]	-0,0225	-0,0230	-0,0235	-0,02300	0,00061	0,00041	0,00020
V10 [mV]	-0,0144	-0,0150	-0,0157	-0,01503	0,00073	0,00053	0,00020

Tabelle 38: Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = 0^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Messung 4	Messung 5	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	-0,0066	-0,0067	-0,0066	-0,0066	-0,0066	-0,00662	0,00024	0,00004	0,0002
V2 [mV]	0,0111	0,0111	0,0111	0,0111	0,0111	0,01110	0,00020	0,00000	0,0002
V3 [mV]	0,0016	0,0015	0,0016	0,0016	0,0016	0,00158	0,00024	0,00004	0,0002
V4 [mV]	0,0015	0,0016	0,0016	0,0017	0,0017	0,00162	0,00027	0,00007	0,0002
V5 [mV]	0,0024	0,0023	0,0024	0,0023	0,0024	0,00236	0,00024	0,00004	0,0002
V6 [mV]	0,0025	0,0024	0,0023	0,0024	0,0023	0,00238	0,00027	0,00007	0,0002
V7 [mV]	0,0103	0,0102	0,0103	0,0104	0,0103	0,01030	0,00026	0,00006	0,0002
V8 [mV]	-0,0074	-0,0075	-0,0075	-0,0075	-0,0074	-0,00746	0,00024	0,00004	0,0002
V9 [mV]	-0,0023	-0,0024	-0,0024	-0,0024	-0,0025	-0,00240	0,00026	0,00006	0,0002
V10 [mV]	0,0066	0,0066	0,0065	0,0065	0,0065	0,00654	0,00024	0,00004	0,0002

Tabelle 39: Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = 25^\circ\text{C}$

Messwert	Messung 1	Messung 2	Messung 3	Messung 4	Messung 5	Mittelwert	Gesamtfehler	Standardabw.	Ablesefehler
V1 [mV]	7,0541	7,0549	7,0555	7,0557	7,0560	7,0552	0,0017	0,00067	0,001
V2 [mV]	-7,0432	-7,0440	-7,0452	-7,0455	-7,0458	-7,0447	0,0020	0,00098	0,001
V3 [mV]	-7,1729	-7,1737	-7,1748	-7,1749	-7,1752	-7,1743	0,0019	0,00086	0,001
V4 [mV]	7,1760	7,1768	7,1775	7,1778	7,1781	7,1772	0,0018	0,00076	0,001
V5 [mV]	7,1821	7,1823	7,1829	7,1829	7,1833	7,1827	0,0014	0,00044	0,001
V6 [mV]	-7,1717	-7,1722	-7,1725	-7,1731	-7,1734	-7,1726	0,0016	0,00061	0,001
V7 [mV]	-7,0500	-7,0503	-7,0508	-7,0514	-7,0519	-7,0509	0,0017	0,00070	0,001
V8 [mV]	7,0528	7,0532	7,0536	7,0540	7,0545	7,0536	0,0016	0,00059	0,001
V9 [mV]	7,1213	7,1213	7,1215	7,1213	7,1216	7,1214	0,0011	0,00013	0,001
V10 [mV]	-7,1109	-7,1109	-7,1112	-7,1114	-7,1116	-7,1112	0,0013	0,00028	0,001

Tabelle 40: Hall-Effekt-Messung an Galliumarsenid bei $T = 25^\circ\text{C}$

Abbildungsverzeichnis

1	Entstehung der Bandlücke durch Aufspaltung der Energieparabel des Elektrons	3
2	Unterscheidung von Leitern, Halbleitern und Isolatoren anhand des Bändermodells . . .	4
3	Energieniveaus bei n-dotierten (links) und p-dotierten (rechts) Halbleitern	4
4	Fermi-Verteilungsfunktion für verschiedene Temperaturen	6
5	Temperaturabhängigkeit von Elektronenkonzentration und Fermi-Energie	8
6	Skizze zur Erläuterung des Hall-Effekts	8
7	Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit μ	10
8	Skizze zur Erläuterung des Theorems	12
9	Auftragung des van der Pauw-Faktors f	12
10	Schematischer Versuchsaufbau	15
11	Temperaturabhängigkeit der Schicht-Leitfähigkeit	22
12	Temperaturabhängigkeit der Ladungsträgerdichte	23
13	Temperaturabhängigkeit der Hall-Beweglichkeit	23

Tabellenverzeichnis

1	Messdaten und Mittelwerte aller fünf Messreihen für Germanium	16
2	Auswertung der Messung des spezifischen Widerstandes von Ge bei Raumtemperatur . .	17
3	Messdaten und Mittelwerte aller fünf Messreihen für Galliumarsenid	17
4	Auswertung der Messung des spezifischen Widerstandes von GaAs bei Raumtemperatur	17
5	Messdaten aller fünf Messreihen für Germanium	18
6	Bestimmung der Hallkonstanten bei Raumtemperatur mit Nullfeld, Ge	18
7	Bestimmung der Hallkonstanten bei Raumtemperatur ohne Nullfeld, Ge	19
8	Messdaten aller fünf Messreihen für Galliumarsenid	19
9	Bestimmung der Hallkonstanten bei Raumtemperatur mit Nullfeld, GaAs	19
10	Bestimmung der Hallkonstanten bei Raumtemperatur ohne Nullfeld, GaAs	19
11	Zusammenstellung der errechneten Transporteigenschaften	20
12	Temperaturabhängige Transporteigenschaften	21
13	Widerstandmessung an Germanium bei $T = -221^\circ\text{C}$	27
14	Widerstandmessung an Germanium bei $T = -209^\circ\text{C}$	27
15	Widerstandmessung an Germanium bei $T = -199^\circ\text{C}$	27
16	Widerstandmessung an Germanium bei $T = -119^\circ\text{C}$	28
17	Widerstandmessung an Germanium bei $T = -186^\circ\text{C}$	28
18	Widerstandmessung an Germanium bei $T = -166,5^\circ\text{C}$	28
19	Widerstandmessung an Germanium bei $T = -142^\circ\text{C}$	29
20	Widerstandmessung an Germanium bei $T = -107,5^\circ\text{C}$	29
21	Widerstandmessung an Germanium bei $T = -83^\circ\text{C}$	29
22	Widerstandmessung an Germanium bei $T = -53^\circ\text{C}$	30
23	Widerstandmessung an Germanium bei $T = -24^\circ\text{C}$	30
24	Widerstandmessung an Germanium bei $T = 0^\circ\text{C}$	30
25	Widerstandmessung an Germanium bei $T = 25^\circ\text{C}$	31
26	Widerstandmessung an Galliumarsenid bei $T = 25^\circ\text{C}$	31
27	Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -221^\circ\text{C}$	32
28	Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -209^\circ\text{C}$	32
29	Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -199^\circ\text{C}$	32
30	Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -190^\circ\text{C}$	33
31	Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -186^\circ\text{C}$	33
32	Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -166,5^\circ\text{C}$	33
33	Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -142^\circ\text{C}$	34
34	Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -107,5^\circ\text{C}$	34
35	Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -83^\circ\text{C}$	34
36	Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -53^\circ\text{C}$	35
37	Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = -24^\circ\text{C}$	35
38	Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = 0^\circ\text{C}$	35
39	Hall-Effekt-Messung an Germanium bei $T = 25^\circ\text{C}$	36

40	Hall-Effekt-Messung an Galliumarsenid bei $T = 25^{\circ}\text{C}$	36
----	--	----